Р88

ТВОРЧЕСКАЯ ЛАБОРАТОРИЯ УЧИТЕЛЯ

ТЛУ

В.Н.РУСАНОВ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОЛИМПИАДЫ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

НАЧАЛЬНАЯ ШКОЛА

·ПРОСВЕЩЕНИЕ· 1990

ТВОРЧЕСКАЯ ЛАБОРАТОРИЯ УЧИТЕЛЯ
ТЛУ
НАЧАЛЬНАЯ ШКОЛА

В.Н.РУСАНОВ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОЛИМПИАДЫ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

Книга для учителя
Из опыта работы
(в сельских районах)

МОСКВА
«ПРОСВЕЩЕНИЕ»
1990

ББК 74.262
Р88

Рецензенты:

кандидат педагогических наук С. И. Волкова; учитель-методист школы № 163 Москвы Г. С. Случевская

Русанов В. Н.

Р88 Математические олимпиады младших школьников: Кн. для учителя: Из опыта работы (в сел. р-нах).— М.: Просвещение, 1990.— 77 с.: ил.— (Творч. лаб. учителя. Нач. шк.).— ISBN 5-09-002882-6.

В книге подробно описана методика организации и проведения всех этапов математической олимпиады для сельских школьников, приводятся тексты олимпиадных задач для каждого из 4 этапов, начиная от подготовительного и заканчивая межрайонным туром. В книге дается резерв задач и специально составленные для младших школьников задачи со сказочным сюжетом. Вниманию учителя предлагаются решения, ответы и указания по всем разделам предлагаемого пособия.

Р $\frac{4306010000-636}{103(03)-90}$ 95—90 **ББК 74.262**

ISBN 5-09-002882-6

Глава 1
ОРГАНИЗАЦИЯ ОЛИМПИАД В СЕЛЬСКОЙ МЕСТНОСТИ

ОЛИМПИАДЫ В НАЧАЛЬНЫЙ ПЕРИОД ОБУЧЕНИЯ

Одной из важнейших задач начальной школы является воспитание добросовестного отношения детей к учебе. Оно формируется как через совершенствование учебного процесса, так и через организацию работы вне урока.

Эффективной формой внеклассной работы по математике является олимпиада. В нашем представлении это не единовременное мероприятие в отдельно взятой школе, а целая система соревнований. Укажем ее важнейшие особенности.

1. Олимпиада должна занимать значительный промежуток времени, по возможности — целый учебный год.
2. Олимпиада должна быть массовой, с тем чтобы каждый школьник мог принять в ней участие. Причем надо стремиться к обеспечению равных возможностей для всех детей, независимо от того, где они учатся: в городе, районном центре или в малой деревне.
3. Олимпиада должна носить многоступенчатый характер — от масштаба отдельного класса до объединения нескольких территорий (в начальных классах таким объединением может быть несколько районов).

Такое построение олимпиады позволяет участвовать в ней всем школьникам. При этом выигрывают не только победители, но и участники.

Необходимо провести подготовительные мероприятия и всей олимпиады в целом, и отдельных ее этапов.

Важно условие эффективности подготовки — это желание учителей работать совместно с организаторами олимпиады. Нужно разумное сочетание соревнования и мер поощрения как детей, так и учителей. Организационные мероприятия олимпиады должны дополняться инициативой учителя. Наш опыт показывает: творчески работающие учителя стремятся к такому сотрудничеству.

Олимпиада в начальный период обучения занимает важное место в развитии детей. Именно в это время происходят первые самостоятельные открытия ребенка. Пусть они даже небольшие и как будто незначительные, но в них — ростки будущего интереса к науке. Реализованные возможности действуют на ребенка развивающе, стимулируют интерес не только к математике, но и к другим наукам.

Олимпиады позволяют ученику познать себя, дают возможность в большей степени утвердиться в собственных глазах и среди окружающих. В целом они служат развитию творческой инициативы ребенка.

Учителю уместно показать детям, что он верит в их силы, вместе с ними радуется успеху каждого. Даже самые незначительные достижения порождают в ученике веру в свои возможности. Желательно поддерживать любознательность ребят, разумно дозируя подобранные задачи как в качественном так и в количественном отношениях в соответствии с уровнем развития. Иногда в необходимых случаях полезно помогать ребятам, направлять их работу, но в меру. Такой подход позволяет прививать вкус к самостоятельному рассуждению, способствует дальнейшему развитию математического мышления.

Опыт показывает, что олимпиаду лучше проводить в заключительный год начального обучения. Первые же годы можно рассматривать как подготовку к ней. Здесь важна постепенность. Начать следует с эпизодических вопросов, задач на первом году обучения. Далее перейти к упражнениям, выполняемым в течение 10—15 мин, затем увеличить их продолжительность до 30 мин. Такие занятия должны быть не чаще одного раза в неделю. Завершить эту работу нужно деятельностью математического кружка, в рамках которого можно успешно подготовить детей к олимпиаде, являющейся заключительным этапом внеклассной работы в начальных классах.

Олимпиады чаще всего проводят в больших городах, областных центрах — там, где есть педагогические институты. Студентам при этом открывается достаточно широкое поле деятельности. Но как же быть с сельскими местностями, в которых есть лишь небольшие районные центры, поселки, села, деревни?! Не секрет, что именно такие местности нуждаются в подъеме внеклассной работы.

Между тем возможности проведения олимпиады в сельской местности имеются. Такой опыт есть в нескольких районах юга Пермской области. Центром организационной деятельности является Осинское педагогическое училище, которое в течение ряда лет проводит математические олимпиады в семи районах: в Бардымском, Еловском, Осинском, Оханском, Частинском, Чайковском и Чернушинском.

Аналогичную работу при желании можно организовать в любом районе и даже области, подключив областной институт усовершенствования учителей.

Фактически мы проводим олимпиаду в течение всего учебного года. Она проходит в несколько этапов:

1) заочный (подготовительный) тур;
2) школьный тур;
3) районный тур;
4) межрайонный (заключительный) тур.

Проведение отдельных туров, например заочного тура, предполагает обязательное использование районных газет.

Основным материалом для олимпиад являются задачи. Очень важно тщательно подобрать их для конкретного тура. Ведь успех зависит и от этого. Разумеется, задачи не должны дублировать материал учебника, а во многих случаях они носят нестандартный характер и иногда могут соответствовать принципу опережающего обучения. Главное, чтобы ребенок смог проявить смекалку. Эффектны простые задачи, требующие неожиданного поворота мысли.

Обычно на каждом этапе мы предлагаем комплект из 4 заданий. Он должен быть посильным для детей. Обязательна среди них пара задач, нетрудных для большинства учеников, и одна — потруднее, с «изюминкой». Расчет такой: чтобы каждый участник этапа выступил успешно (т. е. решил хотя бы одну задачу), а большинство участников справились бы с двумя. Вместе с тем, должно быть лишь несколько абсолютных победителей, т. е. детей, решивших все задачи.

Очень трудно подобрать комплект разнообразных заданий, соответствующий такому «щадящему» режиму, и в то же время попасть в «золотую» середину. Вместе с тем, нужны достаточно интересные задачи. Иногда можно предложить практические задания или задачи отвлеченного характера, но очень важно, чтобы они увлекли детей, поставили перед ними вопросы, полезные для дальнейшего умственного развития. Целесообразно в задачах прибегать к образам из окружающего мира, а иногда к сказочным сюжетам. Не надо пренебрегать и игровыми ситуациями.

При подборе задач к олимпиаде мы использовали книги по внеклассной работе и журнал «Квант». Большинство задач было составлено автором этой книги.

Для проведения многоступенчатой олимпиады формируется организационный комитет, в который входят представители отделов народного образования всех районов и председатель оргкомитета. В нашем объединении районов юга Пермской области организационным началом является приказ директора Осинского педагогического училища о формировании комитета по проведению олимпиады. Во главе оргкомитета ставится представитель этого же учебного заведения — человек, который постоянно занимается вопросами олимпиад. Наше училище готовит учителей начальных классов, осуществляет практическую помощь своим выпускникам, ведет определенную методическую работу в районах.

Там же, где училища нет, вопросы организации тоже вполне решаемы — было бы желание. Многое зависит от учителей — энтузиастов, инициативы отделов народного образования, от того, кто эту организационную работу возглавит.

Председатель оргкомитета подбирает комплекты задач для различных этапов, предварительно знакомит с ними (кроме заключительного тура) членов оргкомитета. При этом обсуждаются тексты задач, выносятся предложения по совершенствованию организации и проведению многоступенчатой олимпиады.

Окончательное решение об изменениях принимается в результате обмена мнениями на заседании секции преподавателей математических дисциплин педагогического училища. В спорных случаях председатель оргкомитета обращается за консультацией в Пермский педагогический институт. Члены организационного комитета проводят в своих районах школьный и районный туры, участвуют в проведении межрайонного тура, а также содействуют успешному ходу и заочного (подготовительного) этапа.

Рассмотрим более подробно проведение различных туров олимпиады.

ЗАОЧНЫЙ (ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЙ) ТУР

Цель данного этапа — психологически подготовить детей к последующим турам олимпиады, т. е. это — своего рода разминка. Отсюда следует, что подготовительный тур имеет свои особенности. Перечислим и охарактеризуем их.

1. Этап заочный. Он проводится при косвенном контакте с учениками. Дети знакомятся с задачами через районную газету. Решения они присылают организаторам олимпиады по почте. Об итогах (и решении задач) ребята узнают тоже из газеты. В необходимых случаях ведется переписка.

2. Этап сравнительно длительный. Если каждый из последующих туров занимает непосредственно не более полутора-двух часов, то подготовительный тур проходит в течение полутора-двух месяцев. Это очень хорошо, т. е. при желании ребенок может многое узнать за это время. Опыт показывает, что большинство детей, принявших участие в туре, использует значительную часть этого срока. Конечно, бывают и более нетерпеливые участники — они высылают решения через несколько дней после публикации условий задач.

3. Этап не исключает возможность консультации со стороны окружающих (родителей, товарищей), и в этом нет ничего плохого. Заочное соревнование построено на интересе. Некоторые результаты ребенок получает сам. Он стремится к самостоятельности, это его возвышает в собственных глазах. В других случаях идею решения задачи ученик может найти при общении с друзьями. Информацию ребенок воспринимает критически, а затем творчески перерабатывает в своем сознании, но это тоже обучение и накопление опыта. Здесь важно поддержать интерес. Со стороны старших необходим педагогический такт, надо чтобы ребенок воспринял идею решения как собственную находку.

Не следует добиваться безусловного решения всех задач. Участники заочного тура могут быть отмечены за решение некоторых из них. Проведение заочного тура мы организовываем так: после окончания I четверти, обычно в дни осенних каникул, в районных газетах помещаем заметки о заочном туре математической олимпиады. Здесь необходимо постоянное сотрудничество с прессой.

Районную газету выписывают в большинстве семей. Так, в Еловском районе, где 17 тыс. населения, районная газета «Искра Прикамья» выходит тиражом 3,5 тыс. экземпляров. К тому же учителя начальных классов стремятся довести до детей материал, адресованный им. Так что дети имеют возможность познакомиться с условиями заочного тура.

Вот содержание заметки, опубликованной в газете «Рассвет» Бардымского района (на татарском и русском языках) 5 ноября 1985 года.

«Снова олимпиада

Осинское педагогическое училище в прошлом учебном году провело для учащихся третьих классов ряда районов многоступенчатую математическую олимпиаду, начало которой положил заочный тур. В этой олимпиаде активно участвовали также ребята из Бардымского района, а некоторые завоевали призовые места.

В этом учебном году училище снова приглашает уже нынешних третьеклассников принять участие в заочной олимпиаде. Такое соревнование должно помочь им подготовиться к следующим турам.

Не следует огорчаться, если кто-то решит не все задачи. Будут отмечены также интересные решения отдельных задач. Допускаются совместные решения членами математического кружка.

Письма с ответами надо присылать до 15 декабря по адресу: (далее указан адрес училища), с пометкой «Заочный тур».

Просьба учителям: помочь учащимся в оформлении решений и отправке писем. Итоги и решения будут опубликованы в январе 1986 года. . .»

Далее — условия задач заочного тура. Обычно дети с удовольствием участвуют в таком соревновании. Так, например, в 1988/89 учебном году получены письма от 137 ребят. А сколько детей решали задачи, не послав письма! В период зимних каникул в газетах публикуются ответы, указания и решения задач, подводятся итоги и публикуются фамилии победителей и участников, которые прислали оригинальные решения отдельных задач.

Учитель может организовать участие своих учеников в заочном туре следующим образом: ознакомить детей с материалами газеты и предложить желающим решить хотя бы одну задачу; надо уточнить, что результат каждого ученика будет фиксироваться независимо от количества решенных задач. Учитель заносит результат в специальную таблицу, вывешенную на видном месте в классе. Со временем отдельные пустые клетки таблицы заполняются. Окончательно таблица может выглядеть так:

	1	2	3	4
Алексеев Коля	+	−	+	+
Борисова Таня	−	+	−	+
Васин Леня	+	+	+	+
. . . .				

Одновременно на отдельном листке оформляются решения задач: № 1, 2, 3, 4. Это делают сами учащиеся — по очереди, под руководством учителя. Оригинальные решения можно оформить отдельно с указанием фамилии автора. Таблица и решения задач высылаются по почте по указанному адресу.

Одно из внеклассных занятий можно посвятить разбору задач.

Дети с удовольствием сами предложат свои решения, возможно даже и несколькими способами.

Обсудить результаты работы класса можно позже, когда в газете будут опубликованы итоги тура.

И еще одно замечание, касающееся характера задач заочного тура. Иногда в него можно включить задания, связанные с понятиями, которые выходят за рамки учебной программы начального курса математики. В таких случаях следует стремиться к тому, чтобы задача носила практический характер и дети могли бы поработать с реальными объектами. Время и обстановка заочного тура позволяют сделать это. Такой подход соответствует принципу опережающего обучения.

Например, в начальных классах не знакомят на уроке с кубом, ребром и т. д. Однако в играх и в повседневном быту дети сталкиваются с их моделями, к тому же многое могут уточнить, обратившись к учителю, родителям. Школьник может поэкспериментировать с деревянным кубом или кубиком Рубика, с палочками, пластилином и т. д. Любопытно отметить, что такие задачи были в нашей практике одними из наиболее популярных. Например, задачу о раскрашенном деревянном кубе решили правильно большинство детей, приславших письма.

Вместе с тем, задачи такого рода менее желательны в последующих турах.

ШКОЛЬНЫЙ ТУР

Текст задач школьного тура составляется заранее, печатается на машинке или размножается через местную типографию в виде отдельных карточек (что мы и делаем). К началу III четверти в январе председатель оргкомитета рассылает их в методические кабинеты при районных отделах народного образования в необходимом количестве. В разъяснительном письме указывается, что тур надо провести в течение III четверти, но не позднее 10 дней до ее конца. Из победителей школьного тура предлагается сформировать команду из расчета 1 член команды от 10 учащихся класса. В школе данный тур проводится в один день. Как правило, он является составной частью математической недели. На соревнование приглашаются все желающие дети из третьих классов. В большой школе руководство этим этапом может осуществлять комиссия, утвержденная директором. Эта комиссия (или ответственный) обеспечивает полную самостоятельность решения задач, что является важным условием выявления истинных победителей. В то же время необходимо всех участников соревнования поставить в одинаковые условия.

Затем следует подвести итоги школьного тура. Это нужно сделать на специальном внеклассном занятии. Если классов несколько, то учеников можно собрать вместе, а проверку решения задач доверить детям. Конечно, здесь нужна направляющая роль учителя, его обобщающие суждения.

Далее следует огласить итоги школьного тура и список детей, которые завоевали право защищать честь школы на районном туре. Необходимо поощрить наиболее активных ребят. Например, зачитать приказ директора школы о вынесении благодарности наиболее отличившимся учащимся.

Серьезный подход руководства школы, и разумеется, учителей — важное условие подготовки к районному туру.

К школьной олимпиаде можно успешно подготовить детей как во время уроков математики, так и на внеклассных занятиях. Здесь нужна целенаправленная, систематическая работа.

Разумеется, на многих уроках найдется несколько минут на решение нестандартных задач и на смекалку. Если задача нетрудная, то ее можно включить в устные упражнения в начале урока. Если задание посложнее или нет уверенности, что его выполнят сразу многие дети, то задание следует предложить в конце урока, после записи домашнего задания. В таком случае не надо добиваться решения задач на уроке во что бы то ни стало, предложив детям поразмыслить над условием во внеурочное время, дома. Не следует предвосхищать событий — пусть ребята подумают, а на одном из следующих уроков надо вернуться к предложенной задаче. Тогда дальнейший разбор решения пройдет интереснее.

На самостоятельной или контрольной работе тоже полезно предлагать нестандартные задачи в качестве дополнительного (необязательного) задания. Пусть встреча с ними станет традицией. Дополнительное задание можно написать на доске или на отдельной карточке.

Предлагаем вашему вниманию набор из 30 задач на III четверть для 3 класса. Количество задач каждый учитель может расширить, чтобы предлагать их в I полугодии и в IV четверти. Задачи целесообразно чередовать как по характеру их решений, так и по степени трудности, а также по их видам (арифметические, геометрические, логические и т. д.). Причем если встречаются две или три однотипные задачи разной степени сложности, то решать следует сначала наиболее простые. Таковы, например, № 1, 2, 3.

Подготовительные задачи

1. Замени звездочки цифрами:

$$****-1=***.$$

Ответ. $1000-1=999$.

2. Расшифруй пример на сложение:

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r}\text{АБ}\\ \text{А}\end{array} \\ \hline \text{БВВ} \end{array}$$

Ответ. А=9, Б=1, В=0.

3. Найди А и Б, если: А·Б=А и А+Б=10. А и Б — цифры.
Ответ. А=9, Б=1.

4. Найди произведение: 1·2·3·4·5·6.
Ответ. 720.

5. К однозначному числу приписали такую же цифру. Во сколько раз увеличилось число? *Ответ.* В 11 раз.

Один из учеников убеждается в справедливости ответа для одного из чисел, другой — для другого числа и т. д. Дети догадываются, что для любого числа верен данный ответ.
Приведем решение для учителя.

Пусть a однозначное число. Если приписать такую же цифру, то получится двузначное число: $10a+a=11a$. Число увеличилось в 11 раз.

Отдельные ученики способны понять такое решение.

6. Из цифр 2 и 3 составь два двузначных числа с разными цифрами. Найди их сумму. Если брать другие пары разных цифр, меньших 6, всегда ли получится число, которое делится на 11?

Ответ. Всегда получится двузначное число, которое делится на 11, так как оно записывается одной и той же цифрой (см. № 5).

Приведем доказательство для учителя.

Пусть a, b — цифры, где $a, b \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$ $a \neq b$. Двузначные числа таковы: $10a+b$, $10b+a$. Их сумма:

$$(10a+b)+(10b+a)=11(a+b), \text{ где } 3 \leqslant a+b \leqslant 9.$$

Следовательно, результат всегда записывается одинаковыми цифррами.

Практически учитель может предложить детям взять различные пары цифр. Таких пар 10: 1 и 2, 1 и 3, 1 и 4, 1 и 5, 2 и 3, 2 и 4, 2 и 5, 3 и 4, 3 и 5, 4 и 5. В каждом случае получается сумма, которая делится на 11. Учителю остается лишь обобщить.

7. Имеется набор гирек: 1 г, 2 г, 4 г, 8 г, 16 г. Можно ли с их помощью уравновесить на чашечных весах деталь массой 23 г? На чашку с деталью гирьки класть не разрешается. Масса детали — целое число граммов. Подумайте, любую ли деталь до 31 г можно уравновесить с помощью этого набора гирь.

Ответ. 16+4+2+1=23. Да, любую деталь массой в целое число граммов, меньше 31, можно уравновесить этими гирьками.

Эту задачу можно рассмотреть на 2—3 уроках, поэтапно. Или же второй вопрос можно дать детям для обдумывания во внеурочное время.

Приведем рассуждение для учителя.

Любое натуральное число можно записать в двоичной системе счисления. Это означает, что вполне достаточно набора гирь: 1 г, 2 г, 4 г, 8 г, 16 г, чтобы уравновесить деталь массой в целое число граммов, не более 1+2+4+8+16=31 (г).

8. У Тани и Алеши денег поровну. У Тани 20-копеечные монеты, а у Алеши 15-копеечные монеты. Сколько монет у Тани, если у Алеши 4 монеты? *Ответ.* У Тани 3 монеты.

9. 60 листов книги имеют толщину 1 см.

Какова толщина всех листов книги, если в ней 240 страниц?

Ответ. Толщина всех листов книги 2 см.

10. Из Чайковского в Пермь самолет летит 1 ч 20 мин, а обратно 80 мин. Чем объяснить такую разницу?

Ответ. 1 ч 20 мин = 80 мин.

11. Колесо имеет 10 спиц. Сколько промежутков между спицами?

Ответ. 10 промежутков.

12. Таня живет на 2 этаже. Ваня в том же подъезде, но ему приходится подниматься по лестнице, в которой в 2 раза больше ступенек. Ступенек до подъезда и до 1 этажа нет.

На каком этаже живет Ваня?

Ответ. Ваня живет на 3 этаже.

13. Имеются песочные часы на 3 мин и 7 мин. Надо опустить яйцо в кипящую воду ровно на 4 мин. Как это сделать с помощью данных песочных часов?

Ответ. Следует поставить работать часы одновременно. Когда песок в 3-минутных часах истечет, положить яйцо в кипящую воду.

Оставшееся время работы 7-минутных часов и будет равняться 4 мин.

14. Крышка стола имеет четыре угла. Один из них отпилили. Сколько углов стало у крышки?

Ответ. 5 углов.

15. Группа туристов состоит из 6 иностранцев. Они говорят только по-французски или по-английски. 3 человека говорят только по-английски, 2 человека только по-французски. Сколько человек говорят на двух языках: и по-французски и по-английски?

Ответ. 1 человек говорит по-французски и по-английски.

16. У Сережи в кармане 2 монеты на сумму 7 коп. Одна из монет не пятикопеечная. Какие это монеты?

Ответ. Двухкопеечная монета и пятикопеечная монета, так как одна из монет не пятикопеечная, т. е. двухкопеечная, зато другая — пятикопеечная.

17. Лена, Оля и Таня участвовали в беге на 100 м. Лена прибежала к финишу на 2 с раньше Оли, а Оля — на 1 с позже Тани. Кто прибежал раньше — Таня или Лена — и на сколько секунд?

Ответ. Лена прибежала на 1 с раньше Тани.

18. Запишите все трехзначные числа, используя только цифры 0, 1 и 5. При этом цифры в каждом числе должны быть разные.

Ответ. 105, 150, 501, 510.

19. Коля, Вася и Боря играли в шашки. Каждый из них сыграл всего 2 партии. Сколько всего партий было сыграно?

Ответ. 3 партии.

20. На весах, которые находятся в равновесии, на одной чашке лежит 1 морковка и 2 одинаковые редиски. На другой чашке — 2 таких же морковки и 1 такая же редиска. Что легче, морковка или редиска?

Ответ. Массы морковки и редиски одинаковые.

В этом легко убедиться, если с каждой чашки снять по морковке и редиске.

21. Напиши число 100 с помощью пяти единиц и знаков действий.

Ответ. 111 — 11.

22. Коля тремя разными монетами заплатил за книгу, цена которой 17 коп. Какие это монеты?

Ответ. $10+5+2=17$ (коп.).

23. Сколько всего квадратов на рис. 1?

Ответ. 5 квадратов.

24. Из спичек составили фигуру (рис. 2). Убери 4 спички так, чтобы осталось 5 одинаковых квадратов.

Ответ. См. рис. 3.

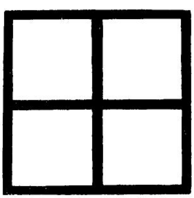


рис. 1

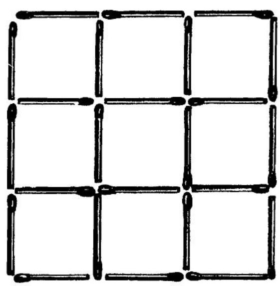


рис. 2

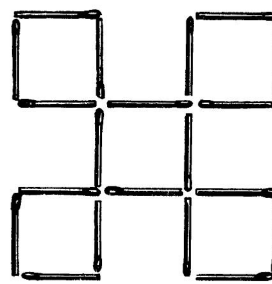


рис. 3

25. Раскрась квадраты (рис. 4) красным и зеленым карандашом так, чтобы каждые два соседних квадрата (у них общая сторона) были разного цвета. Зеленых квадратов должно быть больше, чем красных.

Ответ. См. рис. 5.

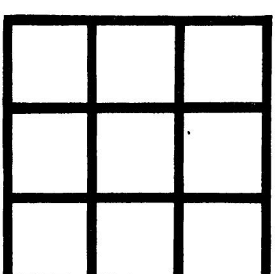


рис. 4

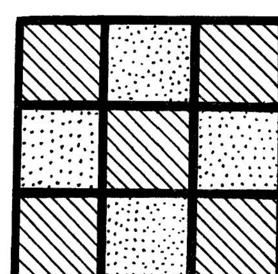


рис. 5

26. Часть поселка (рис. 6) состоит из одинаковых кварталов квадратной формы. Нарисуй кратчайший маршрут из А в В, чтобы в нем было как можно больше поворотов.

Ответ. См. рис. 7. Возможны два таких маршрута.

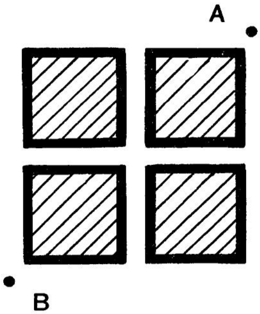


рис. 6

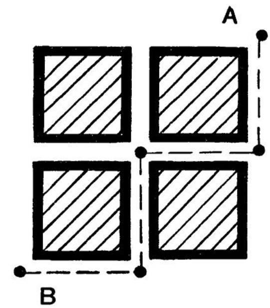


рис. 7

27. Укажи наибольшее двузначное число, которое делится на 4.
Ответ. 96.

28. К числу 9 и справа и слева припиши одну и ту же такую цифру, чтобы полученное трехзначное число делилось на 7 нацело.
Ответ. Надо приписать цифру 5. Число 595 делится на 7.

29. Имеется 3 детали. Две из них одинаковой массы, а третья — легче. Как с помощью чашечных весов без гирек одним взвешиванием найти более легкую деталь?

Ответ. Установить на двух чашках весов две любые детали. Если равновесие, то более легкая деталь — оставшаяся. Если одна из чашек пошла вверх, то в ней легкая деталь.

30. Пирог прямоугольной формы двумя разрезами раздели на 4 части так, чтобы две из них были четырехугольной формы, а две — треугольной формы.
Ответ. См. рис. 8.

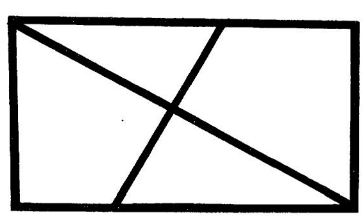


рис. 8

Нестандартные задачи можно предложить детям на внеклассных занятиях. Ниже приведены тексты заданий и рекомендации по проведению одного занятия.

Задача 1. Как с помощью пятилитровой кастрюли и трехлитровой банки налить из водопроводного крана в ведро ровно 4 л воды?

Ответ. С помощью трехлитровой банки в кастрюлю надо налить 5 л, тогда в банке останется 1 л воды, ее выливаем в ведро. Далее в это ведро добавляем 3 л воды.

Возможен иной способ решения.

Задачу следует написать заранее на доске. Выполнить рисунок пятилитровой кастрюли и трехлитровой банки. В нужный момент текст и рисунок учитель предлагает вниманию детей. Важно не дать кому-либо выкрикнуть решение, так как в противном случае остальные ученики сразу же выключатся из активной работы. Если ученик справился с задачей, то ему тут же предлагается новая, написанная на одной из карточек, которые готовятся заранее в нескольких экземплярах.

Задача 2. Нарисуй фигуру, не отрывая кончика карандаша от бумаги и не проводя один и тот же отрезок дважды (рис. 9).

Ответ. Одно из решений на рис. 10.

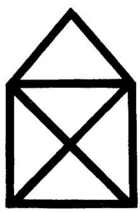


рис. 9

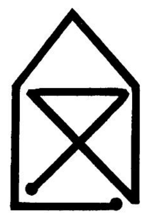


рис. 10

Через некоторое время, когда значительная часть учащихся (например, третья часть) справится с задачей 1, есть смысл рассказать ее решение всему классу, чтобы ребята в дальнейшем не потеряли интерес ко всем последующим заданиям.

Объяснить решение может кто-либо из детей при активном участии других учеников и под руководством учителя. Затем классу предлагается условие задачи 2. На доске появляется рисунок, а через несколько минут дается решение.

Далее для разрядки полезно дать более простую задачу (№ 3).

Задача 3. Отца одного гражданина зовут Николай Петрович, а сына этого гражданина — Алексей Владимирович. Как зовут гражданина?

Ответ. Гражданина зовут Владимир Николаевич.

Затем ученикам предлагается новая задача — ее условие можно заранее написать на переносной доске.

Задача 4. Найди сумму чисел:

$16-15+14-13+12-11+\ldots+4-3+2-1.$

Ответ. $(16-15)+(14-13)+(12-11)+\ldots+(4-3)+(2-1)=$ $=1\cdot8=8\cdot1=8.$

В заключение — задача на смекалку.

Задача 5. Врач прописал Кате 3 таблетки, указав, что каждую таблетку надо принимать через 20 мин. На какое время хватит этих таблеток?

Ответ. На 40 мин.

Обязательно следует подвести итоги занятия.

РАЙОННЫЙ ТУР

Районный тур удобно проводить в один из первых дней весенних каникул (последняя неделя марта). Не позднее, чем за неделю до тура, школы представляют заявки за подписью директора в следующем виде:

№	Школа, класс	Фамилия, имя участника	Учитель класса

Формируются команды на основании результатов школьного тура. Условная норма представительства: 1 член команды от 10 учащихся класса. Может быть, например, один человек команды от 7 учащихся (или от 15 учащихся), в зависимости от местных условий.

Важно, чтобы на районном туре от всех школ района была одинаковая норма представительства.

Малокомплектные школы (а их немало!), в которых учеников 3 класса меньше десяти, могут, по усмотрению учителя, прислать для участия в районном туре одного ученика. Директорам малокомплектных школ сообщаем, что в случае неудачного выступления представителя школы его результат не будет оглашен. Отметим, что были случаи, когда победителями районного тура были как раз представители таких малокомплектных школ.

Хотя задачи районного тура неодинаковой трудности, за решение каждой из них мы начисляем 2 очка. Ведь бывает, что ученик может решить, на наш взгляд, «трудную» и не может справиться с «легкой» задачей. В начальных классах разница между олимпиадными задачами не очень велика. К тому же предлагаются задачи не столько на выявление знаний, сколько на проявление смекалки и сообразительности. Так что дифференцированная оценка, выражающая различное количество очков за решение задачи, по нашему мнению, неоправданна. Впрочем, точка зрения комиссии, проводящей районный тур, может быть иной, это вполне допустимо. Главное, комиссия обязана объективно сравнить результаты, выявить наиболее сильных учащихся, с тем чтобы сформированная команда смогла защитить честь района на заключительном туре.

Если класс представил команду, в которой меньше участников, чем по норме представительства, то для вычисления среднего балла число всех очков, набранных всеми членами команды, делится на расчетное количество участников.

Допустим, от класса, в котором 33 ученика, прибыла команда в составе 2 человек (вместо 3 человек). Эта команда набрала всего 10 очков. Средний балл команды $10:3\approx3,33$ (очка).

Если класс представил команду, в которой больше участников, чем по норме представительства, то число всех очков, набранных всеми членами команды, делится на фактическое количество участников. Например, от класса, в котором 33 ученика, прибыла команда в 4 человека. Эта команда набрала в сумме 30 очков. Средний балл команды $30:4=7,50$ (очка).

По среднему баллу устанавливается место, которое заняла команда класса. При подведении итогов командного первенства мы обычно указываем фамилию, имя и отчество учителя, который работал с этим классом в течение трех (четырех) лет. Такой подход повышает ответственность учителя и подчеркивает его заслугу.

Не менее важно подвести и итоги личного первенства.

Предлагаем вашему вниманию развернутый план проведения районного тура олимпиады, организованной в стенах базовой школы Осинского педагогического училища 24 марта 1987 года.

9.00—10.00. Регистрация команд. Игры. Викторина.

10.00—10.15. Открытие районного тура. Организационные моменты.

За каждым столом располагался один участник. Тур проходил в трех классных комнатах. Участников рассаживали так, чтобы члены одной команды были или в разных комнатах, или в разных концах комнаты, так как важно обеспечить самостоятельность.

10.15—12.15. Решение задач.

Каждому участнику вручался отпечатанный в типографии текст и два листа бумаги.

В то время, пока ребята решали задачи, в коридоре были вывешены плакаты с их решениями. Мы видели, насколько были жаркими обсуждения возле плакатов, и радовались этому. По мере необходимости отвечали на возникшие вопросы.

12.15—13.00. Обед. Проверка комиссией работ участников тура.

13.00—13.30. Подведение итогов. Награждение.

Наиболее отличившиеся участники и команды были награждены грамотами и подарками.

13.30—14.00. Инсценировка сказки А. С. Пушкина «Сказка о попе и работнике его Балде».

Накануне согласно традиции в Осинском педагогическом училище проходил конкурс инсценированных сказок. Одна из лучших постановок была удостоена чести быть показанной участникам состязаний.

Подробные итоги районного тура математической олимпиады были рассмотрены на районном семинаре учителей начальной школы.

Заведующий Осинским районо (как и в других районах) издал приказ, в котором была объявлена благодарность учителям, подготовившим команды, занявшие призовые места. К приказу было составлено приложение с указанием среднего балла, места каждого класса и фамилии учителя.

Кроме того, в районных газетах были опубликованы заметки о районных турах. Приводим текст одной из них, помещенной 30 марта 1989 года в районной газете «Советское Прикамье» (Осинский район):

«Районная математическая олимпиада

В ней приняли участие 45 третьеклассников — победителей школьного тура. В течение двух часов дети решали четыре задачи.

Победителями олимпиады стали: Каракулова Лена (с. Новое Залесное); Башков Алеша (с. Горы); Пустохина Наташа (базовая школа); Пачулия Дима (Осинская средняя школа № 1); Толстиков Саша (Осинская средняя школа № 2); Копылов Андрей и Тарасов Владислав (Осинская средняя школа № 3). Большая группа участников заняла II место. Отрадно отметить, что все участники олимпиады выступили успешно (т. е. решили хотя бы одну задачу). Высокие результаты у всех сельских школьников.

Среди команд I место занял 3 «Б» класс Осинской средней школы № 3 (учитель Драчева В. А.), II место у Н-Залесновской школы (учитель Пьянкова О. В.), Лесновской восьмилетней школы (учитель Кулакова Н. С.), а также у 3 «В» класса базовой школы (учитель Ясырева Г. Н.). На III месте 3 «А» класс Осинской средней школы № 1 (учитель Нефедова Н. А.) и 3 «Б» класс базовой школы (учитель Мелузова Л. И.).

В дни весенних каникул по тем же текстам олимпиада прошла в Бардымском, Еловском, Оханском, Частинском, Чайковском и Чернушинском районах. Из победителей сформированы команды на межрайонный тур, который состоится в мае.

В. Русанов,
председатель оргкомитета олимпиады».

Задачи для викторины

1. Пассажир такси ехал в село. По дороге он встретил 5 грузовиков и 3 автомашины. Сколько всего машин шло в село?

Ответ. 1 машина — такси.

2. Стоят 6 стаканов, первые три из них с водой (рис. 11). Как сделать, чтобы пустой стакан и стакан с водой чередовались? Разрешается брать только один стакан.

Ответ. Взять второй стакан и вылить воду в предпоследний (пустой) стакан. Второй поставить на место.

рис. 11

3. Загадка. Чем больше из нее берешь, тем больше она становится. Что это?

Ответ. Яма.

4. Человек рассеянный лег спать в 7.00 вечера в квартире на улице Бассейной, предварительно заведя будильник на 8.00 с тем, чтобы встать утром. Сколько он часов спал, пока его не разбудил будильник?

Ответ. 1 ч.

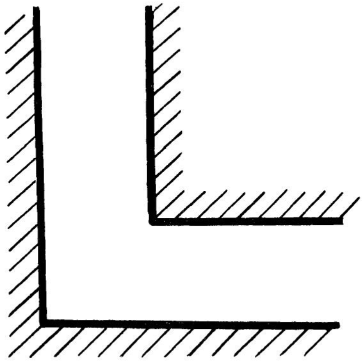


рис. 12

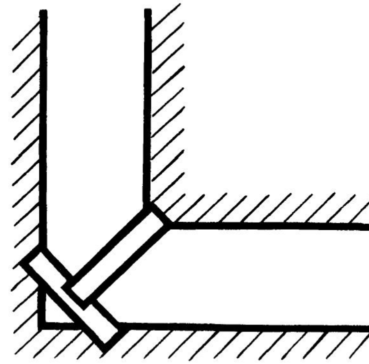


рис. 13

5. Имеется ров шириной 2 м (рис. 12). Как переправиться через этот ров с помощью двух досок длиной 2 м?

Ответ. См. рис. 13.

6. Два десятка умножили на три десятка. Сколько десятков получилось?

Ответ. 60 десятков.

рис. 14

7. Расшифруй ребусы (рис. 14).

Ответ. Пистолет, шест, уголь, Австрия.

МЕЖРАЙОННЫЙ ТУР

На заключительный этап олимпиады команда от каждого района формируется из победителей районного тура. В нее обычно включается 6 человек. Однако зачет проводится по 5 участникам, показавшим наилучшие результаты.

Практика показывает, что команда должна выступать в своем районе. Иначе нарушается принцип равных возможностей для всех участников: в лучшем положении находится та команда, которая выступает на территории своего района. К тому же привезти детей из соседнего района — серьезная проблема.

Выход мы видим в том, что представитель оргкомитета едет в соседний районный центр. И не обязательно в один день. Автору этих строк приходилось совершать путешествие по маршруту: Оса — Елово — Частые — Оханск — Оса. Мы заранее согласовывали с районными отделами народного образования сроки проведения тура.

Контроль за проведением заключительного тура вполне можно доверить любому члену оргкомитета. На межрайонном туре так же предлагалось четыре задачи. Каждый участник получал текст, отпечатанный на машинке. Отдельные члены команды в случае необходимости получали текст на языке своей национальности. Например, в Бардымском районе — на татарском языке. Решение дети также выполняли на родном языке.

Участники заключительного тура показывали достаточно высокие результаты, которые не намного отличались друг от друга. Все те учащиеся, которые вышли в зачет (т. е. по 5 членов команды, показавших наилучшие результаты — всего 35 человек), выступили успешно. Вот сведения о результатах выступления в мае 1989 года.

Число участников, решивших
только одну задачу — нет
только две задачи — 9
только три задачи — 10
четыре задачи — 16

Правда, не все задачи были для детей одинаково сложны. Об этом свидетельствуют следующие данные:

число участников решивших
задачу № 1 — 26
задачу № 2 — 33
задачу № 3 — 30
задачу № 4 — 23

Вопреки ожиданиям, немало участников встретили затруднение с относительно простыми задачами, требующими посильных рассуждений. В результате мы пришли к выводу: надо уделять больше внимания простым «нестандартным» задачам.

После завершения работы во всех районах сравниваем результаты. Через районные газеты анализируем выступления членов команд на заключительном туре. Публикация итогов выступления команды в районных газетах стала доброй традицией. О межрайонном туре мы рассказываем в областной газете «Звезда».

Подводить итоги необходимо за некоторое время до окончания учебного года (до середины мая). Результаты, опубликованные в начале летних каникул, уже мало кого волнуют.

И еще одно важное замечание. При подведении итогов мы стремимся отражать лишь положительные моменты и не оглашаем отдельные неудачи команды. Мы отмечаем всех лидеров выступления, находим добрые слова и для других участников тура. При сравнении командных результатов выделяем три первых места, а иногда лишь первое место. При удобных случаях подчеркиваем достижения каждой команды. Тем самым мы стараемся стимулировать стремление детей принять участие в заключительном туре. Отдельных представителей районов, а также команды награждаем грамотами и дипломами за первые места, за высокие результаты и за активное участие. Кроме того, районо находит возможность поощрить подарками детей. Целесообразна подготовительная работа с будущими участниками тура. Она ведется под руководством учителя и носит индивидуальный характер. Упражнения можно подобрать из комплектов задач, предлагавшихся на различных турах прошлых лет. В нашей книге для этой цели даны задачи в главе 3, которые должны быть использованы в соответствии с индивидуальными особенностями детей. Полезно некоторые из них выносить на внеклассные занятия, а в отдельных случаях и на уроки. Таким образом, к подготовке участника межрайонного тура подключается классный коллектив.

Конечно, все задания невозможно выполнить — такую цель и не следует ставить. Важно добиться выполнения следующих задач:

1) держать по возможности участника в форме, особенно накануне выступления, у ребенка должен быть интерес, желание решать задачи;

2) приучить ребенка психологически не бояться любой задачи, он должен знать, что все задачи посильны для него;

3) выработать у детей привычку использовать все отведенное время для решения задач, пусть он сначала решает те из них, которые кажутся ему более простыми, а в оставшееся время — остальные.

В следующей главе даны задачи, предлагавшиеся на олимпиадах; звездочкой отмечены те из них, к которым даны решения для учителя.

Глава 2
ЗАДАЧИ, ПРЕДЛАГАВШИЕСЯ НА ОЛИМПИАДАХ

1984—1985 УЧЕБНЫЙ ГОД

Подготовительный (заочный) тур

1. Сколько всего четырехзначных чисел можно составить из цифр 0 и 1? Цифры могут повторяться. Перечисли эти числа.

2. Как с помощью двух бидонов емкостью 5 л и 8 л отлить из молочной цистерны 7 л молока?

3. Старший брат идет от дома до школы 30 мин, а младший — 40 мин. Через сколько минут старший брат догонит младшего, если тот вышел на 5 мин раньше?

4. Сколько требуется проволоки, чтобы спаять каркас куба с ребром 5 см? (Чтобы разобраться в задаче, можно воспользоваться палочками и пластилином.)

Школьный тур

1*. Как на чашечных весах уравновесить кусок олова массой в 47 г с помощью набора из пяти гирь: 1 г, 3 г, 9 г, 27 г, 81 г? Разрешается класть гири на обе чашки весов.

(Здесь и далее * отмечены задания, к решению которых даются дополнительные указания для учителя.)

2. В коробке синие, красные и зеленые карандаши — всего 20 штук. Синих карандашей в 6 раз больше, чем зеленых. Красных карандашей меньше, чем синих. Сколько красных карандашей в коробке?

3. Какой цифрой оканчивается произведение: $13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17$?

4*. На прямой взяли 4 точки. Сколько всего получилось отрезков, концами которых являются эти точки?

Районный тур

1. Счетчик автомобиля показывал 12 921 км. Через 2 ч на счетчике опять появилось число, которое читалось одинаково в обоих направлениях. С какой скоростью ехал автомобиль?

2. На одной чашке весов 5 одинаковых яблок и 3 одинаковые груши, на другой чашке — 4 таких же яблока и 4 такие же груши. Весы находятся в равновесии. Что легче: яблоко или груша?

3. В квартирах № 1, 2, 3 жили три котенка: белый, черный и рыжий. В квартирах № 1 и 2 жил не черный котенок. Белый котенок жил не в квартире № 1. В какой квартире жил каждый котенок?

4. Вокруг клумбы квадратной формы надо разместить 14 камешков так, чтобы вдоль каждой стороны было одинаковое количество камешков. Нарисуй, как это сделать.

Межрайонный тур

1. По вертикальному столбу высотой 6 м движется улитка. За день она поднимается на 4 м, за ночь опускается на 3 м. Сколько дней ей потребуется, чтобы добраться до вершины?

2. Между некоторыми цифрами 1 2 3 4 5 поставь знаки действий и скобки так, чтобы получилось число 40.

3. Кузнецу принесли 5 обрывков цепи, по 3 звена в каждом, и попросили соединить в одну цепь. Кузнец выполнил заказ, раскрыв только 3 звена. Как это он сделал?

4. Квадрат со стороной 1 м разрезали на квадраты со стороной 1 см и выстроили их в один ряд в виде полосы шириной 1 см. Какой длины получилась полоса?

1985—1986 УЧЕБНЫЙ ГОД

Подготовительный (заочный) тур

1. На сковородке помещается 2 кусочка хлеба. На поджаривание кусочка с одной стороны требуется 1 мин. Как поджарить за 3 мин три кусочка хлеба с обеих сторон?

2. Перечисли все наборы монет, которыми можно набрать 6 коп. Порядок монет не принимать во внимание.

3. Муравьишка был в гостях в соседнем муравейнике. Туда он шел пешком, а обратно ехал. Первую половину пути он ехал на Гусенице — ехал в 2 раза медленнее, чем шел пешком. А другую половину пути он ехал на Кузнечике — ехал в 5 раз быстрее, чем шел пешком.

На какой путь Муравьишка затратил времени меньше: в гости или обратно?

4. Деревянный окрашенный куб с ребром 3 см распилили на кубические сантиметры. Сколько среди них кубиков, которые окрашены с трех сторон?

Школьный тур

1. Саша был в пионерском лагере с 15 июля по 7 августа включительно. Сколько дней был Саша в пионерском лагере? В июле 31 день.

2. Сверху на кромке круглого торта поставили 5 точек из крема на одинаковом расстоянии друг от друга. Через все пары точек сделали разрезы. Сколько всего получилось кусочков торта?

3. В семье трое детей: два мальчика и девочка. Их имена начинаются с букв А, В, Г. Среди А и В есть начальная буква имени одного мальчика. Среди В и Г есть начальная буква имени одного мальчика. С какой буквы начинается имя девочки?

4. Имеется квадратный лист бумаги, сторона которого 8 см. Через середины каждой пары соседних сторон провели карандашом отрезки и по ним выполнили разрезы ножницами. Какова площадь получившегося квадрата?

Районный тур

1. Из чисел 21, 19, 30, 25, 3, 12, 9, 15, 6, 27 подбери такие три числа, сумма которых будет равна 50.

2. Из города в деревню, расстояние между которыми 32 км, выехал велосипедист со скоростью 12 км/ч. И из деревни в город одновременно с ним вышел пешеход со скоростью 4 км/ч. Кто из них будет дальше от города через 2 ч?

3. Как с помощью 7-литрового ведра и 3-литровой банки налить в кастрюлю ровно 5 л воды?

4. Квадрат со стороной 6 см разрезали на 2 части по ломаной линии, а затем из полученных частей составили прямоугольник. Как это сделали? Выполни рисунок.

Межрайонный тур

1. Во сколько раз лестница на 4 этаж в школе длиннее лестницы на 2 этаж?

2. Звездочками показаны стертые цифры. Восстанови пример на умножение:

$$\begin{array}{r} \times\ {*}2{*} \\ {*}7 \\ \hline {*}{*}{*} \\ {*}{*}{*}{*}\ \ \\ \hline {*}{*}{*}{*}8 \end{array}$$

3. Перечисли все наборы монет, которыми можно набрать 4 коп. Порядок монет не принимать во внимание.

4*. Нарисуй прямоугольник, площадь которого 12 см^2, а сумма длин сторон 26 см.

1986—1987 УЧЕБНЫЙ ГОД

Подготовительный (заочный) тур

1. Из проволоки длиной 12 см согнули прямоугольную рамку. Длина и ширина этой рамки — целое число сантиметров. Сколькими способами можно получить рамку?

2. Краеведческие задачи. (При организации олимпиад следует учесть, что ребятам особенно нравятся задачи про их город, край, область. Эту заинтересованность ребят следует использовать и наполнить тексты задач соответствующим фактическим материалом.)

1) В нынешнем столетии городу Осе исполнится 400 лет. Интересно, что год юбилея читается одинаково справа налево и слева направо. В каком году основан город Оса?

2) В нынешнем столетии городу Оханску исполнится 210 лет. Интересно, что год юбилея читается одинаково справа налево и слева направо. В каком году основан город Оханск?

3) В нынешнем столетии исполнится 240 лет со дня рождения Салавата Юлаева — активного участника Крестьянской войны 1773—1775 годов. Интересно, что сумма цифр года юбилея башкирского героя равна 21. В каком году родился Салават Юлаев?

3. У мальчика Димы в трех коробках лежали гвозди, винты и гайки. На каждой коробке было написано, что в ней лежит. Однажды его младший брат Алеша пересыпал содержимое коробок так, что надпись на каждой коробке перестала соответствовать ее содержимому. Хорошо еще, что гвозди остались лежать отдельно от гаек и винтов и т. д. Когда Дима открыл коробку с надписью «гвозди», он обнаружил в ней винты. Что было написано на коробке, в которой лежали гвозди и на коробке, в которой лежали гайки?

4. Миша был на рыбалке. До реки он шел пешком, а обратно ехал на велосипеде. На весь путь он затратил 40 мин. В другой раз он до реки и обратно ехал на велосипеде и затратил всего 20 мин. Сколько времени понадобится Мише, чтобы пройти весь путь в оба конца пешком?

Школьный тур

1*. Четыре человека обменялись рукопожатиями. Сколько было всего рукопожатий?

2. На какое однозначное число надо умножить 1 2 3 4 5 6 7 9, чтобы в результате получилось новое число, записанное одними единицами?

3. Четыре брата, Юра, Петя, Вова и Коля, учатся в I, II, III, IV классах. Петя — учится только на 4 и 5, а младшие братья стараются брать с него пример. Вова уже изучает историю СССР. А Юра помогает решать задачи брату. Кто из них в каком классе учится?

4. Прямоугольный лист бумаги со сторонами 8 см и 4 см разрезали на четыре равных части, а затем из них составили квадрат. Как это сделали? Выполни рисунок.

Районный тур

1. Геологи нашли 7 камней, массы которых 1 кг, 2 кг, 3 кг, 4 кг, 5 кг, 6 кг, 7 кг. Эти камни разложили в четыре рюкзака так, что в каждом рюкзаке масса камней была одинаковая. Как это сделали?

2. Написано 99 чисел: 1, 2, 3, ..., 98, 99. Сколько раз в записи встречается цифра 5?

3. В вершинах квадратной клумбы растут кусты — всего 4 куста. Площадь клумбы увеличили в 2 раза, не выкапывая кустов. Расширенная клумба тоже квадратная, и внутри нее кустов нет. Как это сделали? Выполни рисунок.

4. 3 курицы за 3 дня снесли 3 яйца. Сколько яиц снесут 12 кур за 12 дней, если они будут нести такое же и одинаковое количество яиц за один и тот же промежуток времени?

Межрайонный тур

1. Сколько всего надо цифровых знаков, чтобы пронумеровать тетрадь, в которой 100 страниц?

2*. Какое число надо подставить вместо x в уравнение $12:x=$ $=7-x$, чтобы получилось верное равенство? Найди все эти числа.

3. От г. Пермь до г. Оса по Каме 200 км. Теплоход «Метеор» проходит этот путь за 3 ч 20 мин. За какое время пройдет «Метеор» путь от г. Оса до г. Чайковского, равный 160 км? Скорость «Метеора» постоянная (г. Оса ниже г. Пермь, а г. Чайковский ниже г. Оса).

4. Витя составил набор пяти различных монет на сумму 80 коп. Юле тоже удалось составить набор из пяти различных монет на такую же сумму, но в нем больше «медных» монет. Что же это за наборы?

1987—1988 УЧЕБНЫЙ ГОД

Подготовительный (заочный) тур

1. Петя сказал однажды друзьям: «Позавчера мне было 9 лет, а в будущем году мне исполнится 12 лет». Какого числа родился Петя?

2. Раздели прямой линией циферблат часов на две части так, чтобы суммы чисел в этих частях были равными.

3. Поросята Ниф-Ниф и Нуф-Нуф бежали от Волка к домику Наф-Нафа. Волку бежать до поросят (если бы они стояли на месте) 4 мин. Поросятам бежать до домика Наф-Нафа 6 мин. Волк бежит в 2 раза быстрее поросят. Успеют ли поросята добежать до домика Наф-Нафа?

4*. Три товарища, Алеша, Коля и Саша, сели на скамейку в один ряд. Сколькими способами они могут это сделать?

Школьный тур

1. Винни-Пуху подарили в день рождения бочонок с медом массой 7 кг. Когда Винни-Пух съел половину меда, то бочонок с оставшимся медом стал иметь массу 4 кг. Сколько килограммов меда было первоначально в бочонке?

2. Имеется 4 «медные» монеты разного достоинства. Какую сумму денег составляют эти монеты?

3. Используя шесть раз цифру 2, знаки действия и скобки, напишите выражение, значение которого равно 100.

4. Капроновый шнур длиной 30 м разрезали на три части. Причем одна из них на 1 м больше другой и на 1 м меньше третьей. Найди длину каждой части.

Районный тур

1. Было 9 листов бумаги. Некоторые из них разрезали на три части. Всего стало 15 листов. Сколько листов бумаги разрезали?

2. Вдоль беговой дорожки равномерно расставлены столбы. Старт дан у первого столба. Через 12 мин бегун был у четвертого столба. Через сколько минут от начала старта бегун будет у седьмого столба? Скорость бегуна постоянная.

3. Напишите наименьшее десятизначное число, используя различные цифры.

4. Квадрат разрезали на 4 равные части и составили из них 2 квадрата. Как это сделали?

Межрайонный тур

1. Мама дала Коле 1 руб. Он купил несколько порций мороженого по 17 коп. и принес сдачу в виде нескольких 5-копеечных монет. Определи число 5-копеечных монет.

2. Турист проходит 6 км за 1 ч. Сколько метров он проходит за 1 мин?

3. Из куска проволоки согнули квадрат со стороной 6 см. Затем разогнули проволоку и согнули из нее треугольник с равными сторонами. Какова длина стороны треугольника?

4*. Сколько всего двузначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3 при условии, что цифры в записи числа повторяться не будут? Перечисли все эти числа и найди их сумму.

1988—1989 УЧЕБНЫЙ ГОД

Подготовительный (заочный) тур

1. Сколько всего трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5 при условии, что цифры в записи числа повторяться не будут? Перечисли эти числа.

2. Мальчик каждую букву своего имени заменил порядковым номером этой буквы в русском алфавите. Получилось число 510141. Как звали мальчика?

3*. Из листа бумаги, окрашенного с одной стороны, вырезали треугольник, каждая сторона которого 8 см. Как разрезать этот треугольник на три части так, чтобы из них можно было составить прямоугольник, окрашенный с одной стороны?

4. Таня, Коля и папа отправились в поход. К вечеру они вышли к реке, тихой и неглубокой. У берега был плот, выдерживающий груз менее 100 кг. Масса папы 80 кг, Тани — 50 кг, Коли — 40 кг, рюкзака — 15 кг.

Коля на противоположном берегу прежде всего должен набрать хворосту и приготовить место для костра. Затем Таня — почистить картошку и рыбу для ухи, папа — поставить палатку для ночлега.

Для выполнения каждого из этих трех дел требуется 20 мин. Через реку можно переправиться за 10 мин. Как менее чем за час всем троим переправиться через реку и заодно выполнить все свои обязанности? Через час будет темно и надо будет разжечь костер.

Школьный тур

1. Найди сумму двадцати чисел: 1, 2, 3, . . ., 18, 19, 20.

2. У брата и сестры вместе 10 монет. У брата 3-копеечные монеты, у сестры 2-копеечные монеты. У них денег поровну. Сколько монет у сестры?

3. 3 одинаковых арбуза надо разделить поровну между 4 детьми. Как это сделать, выполнив наименьшее число разрезов?

4. Как надо расположить 8 спичек, чтобы они были границей прямоугольника, не являющегося квадратом?

Районный тур

1. На какое число надо умножить 285 714, чтобы получить шестизначное число, записанное теми же цифрами? Вторая цифра этого числа равна 5.

2. Малыш может съесть 600 г варенья за 6 мин, а Карлсон — в два раза быстрее. За какое время они съедят это варенье вместе?

3. Сколько всего двузначных чисел?

4. В квадрате проведены два отрезка, соединяющих противоположные вершины. Сколько всего получилось треугольников?

Межрайонный тур

1. Сумма трех чисел равна их произведению. Эти числа различные и однозначные. Найди эти числа.

2. Лист согнули пополам. Полученный кусок бумаги еще раз согнули пополам. Такое сгибание выполнили всего 6 раз. Распрямив лист бумаги, его разрезали по местам сгибов. Сколько всего получилось листочков?

3. В кошельке 6 монет. Среди них по 1 монете: 1-копеечная, 3-копеечная, 5-копеечная, 15-копеечная. Остальные монеты 2-копеечные. Какую сумму, меньшую 28 коп. нельзя набрать этими монетами?

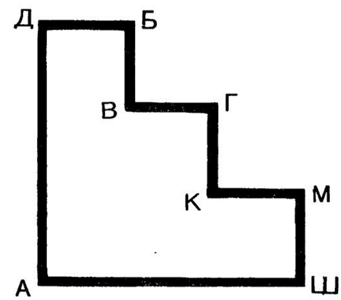


рис. 15

4. Вите Малееву надо успеть прийти до звонка в школу Ш из дома Д. По какому пути он быстрее придет: ДБВГКМШ или ДАШ? На поворотах улицы образуют прямые углы (рис. 15).

Подготовительный (заочный) тур

1*. У Тани было несколько 5-копеечных монет. Она решила купить мороженое за 13 коп., а продавец мог дать сдачу лишь 3-копеечными монетами. Сколько 5-копеечных монет дала Таня продавцу и сколько 3-копеечных монет она получила от него?

2*. На окружности взяли несколько точек. Через каждые две точки провели прямую. Всего получилось 10 прямых. Сколько всего точек взяли на окружности?

3. Илья Муромец, Добрыня Никитич, Алеша Попович вступили в бой с несколькими великанами. Каждый великан получил по 3 удара богатырскими палицами, в результате чего все великаны обратились в бегство. Больше всего ударов нанес Илья Муромец — 7, меньше всего Алеша Попович — 3. Сколько всего было великанов?

4. На какое число надо разделить 87 912, чтобы получилось тоже пятизначное число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке?

Школьный тур

1. Возраст дедушки выражается наименьшим трехзначным числом, которое записывается различными цифрами. Сколько лет дедушке?

2. У Тани пять монет: 1 коп., 2 коп., 3 коп., 5 коп., 10 коп. Можно ли из этих монет составить все суммы денег от 3 коп. до 21 коп.?

3. В деревне Простоквашино на скамейке перед домом сидят дядя Федор, кот Матроскин, пес Шарик и почтальон Печкин. Если Шарик, сидящий крайним слева, сядет между Матроскиным и Федором, то Федор окажется крайним слева. Кто где сидит?

4. Начерти два отрезка так, чтобы один был длиннее другого на 2 см, а вместе они составили бы отрезок длиной 14 см.

Районный тур

1. Сколько всего можно составить четырехзначных чисел, сумма цифр которых равна 3? Перечисли эти числа.

2. Во сколько раз быстрее движется конец минутной стрелки, чем конец часовой стрелки в часах?

3. Папа с двумя сыновьями отправился в поход. На их пути встретилась река. У берега — плот. Он выдерживает на воде только папу или двух сыновей. Как переправиться на другой берег папе и сыновьям?

4. Незнайка начертил три прямых линии. На каждой из них отметил три точки. Всего Незнайка отметил 6 точек. Покажи, как он это сделал.

Межрайонный тур

1. Аня, Боря, Вера и Гена — лучшие лыжники школы. На районные соревнования надо составить команду из трех лыжников. Сколькими способами можно составить команду?

2. Найди А и Б в примере на умножение:

$$Б3 \cdot 1А = А31.$$

3. Фигура состоит из 12 равных квадратов (рис. 16). Раздели эту фигуру на четыре равные части.

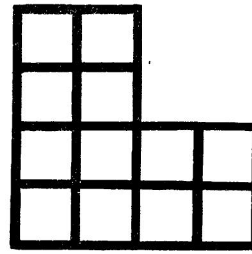


рис. 16

4. Как с помощью 5-литрового бидона и 3-литровой банки набрать на берегу реки ровно 4 литра воды?

РЕЗЕРВНЫЙ КОМПЛЕКТ ЗАДАЧ НА 1990—1991 УЧЕБНЫЙ ГОД

1. Разрежь квадрат на три такие треугольника, чтобы среди них был лишь один треугольник с прямым углом.

2*. Догадайся, какая цифра заменена буквой А:

$$9А : 1А = А.$$

3*. Шнур длиной 32 м складывали пополам и разрезали в месте сгиба до тех пор, пока не получили отрезки шнура длиной 2 м. Сколько всего раз повторили эту операцию?

4. Было это давно. К реке, где была лодка, вмещающая только 2 человека, подошли 2 разбойника и 2 путешественника. Разбойники не решались напасть на путешественников. У одного из разбойников была повреждена рука настолько, что он даже не мог грести веслами.

В случае если на берегу останется один путешественник и два разбойника, то они нападут на него.

Как надо переправиться через реку путешественникам и разбойникам, чтобы избежать нападения?

Глава 3
МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОЛИМПИАДЫ И ПОДГОТОВКИ К НЕЙ

РЕЗЕРВНЫЕ ЗАДАЧИ

1. Умножили два числа — получилось 105. Какие числа умножали? Укажи все пары таких чисел.

Ответ. Число 105 можно получить при умножении следующих чисел: 3 и 35; 5 и 21; 7 и 15, а также 1 и 105.

2. Учительница принесла в класс 111 тетрадей и раздала их поровну детям. Детей в классе больше 20, но меньше 40. Сколько детей в классе?

Ответ. В классе 37 человек.

$111 = 37 \cdot 3$. Так как в классе детей больше 20, но меньше 40, то берем 37. Каждый из 37 детей получит по 3 тетради.

3. 32 учащихся школы ездили на автобусе на экскурсию. Ане достался первый автобусный билет, номер которого 189990. Есть ли еще среди учащихся те, кому достался билет, в номере которого сумма трех первых цифр тоже равна сумме трех последних цифр?

Ответ. Да, среди учащихся найдется еще один человек, которому достанется такой билет.

Следующий билет, в номере которого сумма трех первых цифр равна сумме трех последних цифр,— под номером 190019, $190019 - 189990 = 29$. Тридцатый учащийся станет обладателем этого билета.

4. Подбери двузначное число, цифра единиц которого в 7 раз меньше самого числа.

Ответ. 35.

Дети могут обнаружить это число, составив таблицу умножения на 7.

Замечание для учителя. Пусть это двузначное число $\overline{ab}$, т. е. $10a + b$. Согласно условию: $10a + b = 7b \Leftrightarrow 5a = 3b$. Так как a и b цифры, то $a = 3$, $b = 5$, т. е. $\overline{ab} = 35$.

5. Из книги выпало несколько листов. Первая страница выпавших листов имеет номер 213, а номер их последней страницы изображается теми же цифрами, но в ином порядке. Сколько листов выпало из книги?

Ответ. 50 листов.

Номер следующей страницы книги — 313. Следовательно, число страниц выпавшей части: $313 - 213 = 100$. Выпавшая часть составляет $100:2 = 50$ (листов).

6. Между некоторыми цифрами 1 2 3 4 5 поставь знаки действий и скобки так, чтобы получилось 1.

Ответ. $(1+23):4-5=1$.

Возможны и другие решения. Например, $(12-3):(4+5)$.

7. В записи $4\cdot 12+18:6+3$ поставь скобки так, чтобы получилось 50.

Ответ. $4\cdot 12+18:(6+3)$.

8. С помощью четырех цифр 5 составь выражение, значение которого равно 12.

Ответ. $(55+5):5$ или $(5+55):5$.

9. На какое однозначное число, не равное 0, надо умножить 142 857, чтобы получилось число, записанное одинаковыми цифрами?

Ответ. $142857\cdot 7=999999$.

10. В четырехзначном числе вторая цифра 0. Если записать цифры в обратном порядке, то получится другое четырехзначное число, которое в 9 раз больше первого числа. Найти первое число.

Ответ. 1089.

Дети могут рассуждать так: данное число в 9 раз меньше некоторого четырехзначного числа. Следовательно, первая цифра 1. Отсюда последняя цифра 9. Подбором можно убедиться, что предпоследняя цифра 8.

11. Шестизначное число начинается цифрой 1 и кончается цифрой 7. Если эту цифру 7 перенести на первое место, то получим число, в 5 раз больше первого. Найди число.

Ответ. 142857.

Дети могут рассуждать так: 1****7·5.

Если последнюю цифру 7 умножим на 5, то получим 35.

Вторая цифра 5. 1***57·5. Рассуждая далее, получим 1**857. Таким же образом находим и остальные цифры.

12. Шестизначное число начинается цифрой 5. Если переставить эту цифру на последнее место шестизначного числа, то получится число, в 4 раза меньшее первоначального. Найди это число.

Ответ. 512820.

Дети могут рассуждать так: 5*****:4.

Очевидно, что первая цифра частного 1. Она же и будет второй цифрой данного числа: 51****. Таким же образом, рассуждая дальше согласно алгоритму письменного деления, находим поочередно остальные цифры.

13. Трехзначное число 87* (последняя цифра стерта) делится на 5, а также на 3. Какова последняя цифра?

Ответ. Последняя цифра 0.

14. К числу 37 припишите справа и слева одну и ту же цифру, такую, чтобы полученное четырехзначное число разделилось на 6.

Ответ. Надо приписать цифру 4.

15. Число яблок в корзине — двузначное. Яблоки можно разделить поровну между 2, 3 или 5 детьми, но нельзя разделить поровну между 4 детьми. Сколько яблок в корзине?

Ответ. В корзине 30 яблок.

16. Восстанови пример на умножение (звездочками показаны стертые цифры:

$$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 4* \\ ** \end{array} \\ \hline *** \\ ** \\ \hline **66 \end{array}$$

Ответ.

$$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 41 \\ 26 \end{array} \\ \hline 246 \\ 82 \\ \hline 1066 \end{array}$$

17. Какие цифры надо поставить вместо букв А и Б, чтобы получилось верное равенство:

$$АБ \cdot А \cdot Б = БББ?$$

Ответ. А=3, Б=7.

$БББ = Б \cdot 111 = Б \cdot 3 \cdot 37 = 37 \cdot 3 \cdot Б$. Отсюда ясно, что А=3, Б=7.

18. Каждая буква обозначает цифру. Одинаковыми буквами обозначена одна и та же цифра. Угадай, какие цифры обозначены буквами в записи:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} АБВГ \\ АБДГ \end{array} \\ \hline ВГДАГ \end{array}$$

Ответ. А=5, Б=2, В=1, Г=0, Д=4.

В первую очередь дети догадываются, что Г=0 (так как Г+Г=Г). В сумме первая цифра должна быть 1. Значит, В=1. Запись письменного сложения выглядит так:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} АБ10 \\ АБД0 \end{array} \\ \hline 10ДА0 \end{array}$$

Далее А+А=10, т. е. А=5.

Тогда:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 5Б10 \\ 5БД0 \end{array} \\ \hline 10Д50 \end{array}$$

Отсюда 1+Д=5, т. е. Д=4.

Наконец, Б+Б=4, т. е. Б=2.

19. У брата было 6 2-копеечных монет, а у сестры — 10 3-копеечных монет. Сколько своих монет сестра должна отдать брату, чтобы денег у них стало поровну?

Ответ. Сестра должна отдать брату 3 3-копеечные монеты.

20. Известно, что 50 одинаковых книг стоят больше 17 руб., но меньше 18 руб. Сколько стоит одна книга?

Ответ. Книга стоит 35 коп.

Возможно следующее рассуждение. 100 книг стоят больше 3400 коп., но меньше 3600 коп. Следовательно, книга стоит больше 34 коп, но меньше 36 коп. Отсюда книга стоит 35 коп.

21. 1 резинка, 2 карандаша и 3 блокнота стоят 38 коп. 3 резинки, 2 карандаша и 1 блокнот стоят 22 коп. Сколько стоит комплект из резинки, карандаша и блокнота? *Ответ.* Комплект стоит 15 коп.

4 резинки, 4 карандаша и 4 блокнота (т. е. 4 комплекта) стоят $38+22=60$ (коп.). Один комплект стоит $60:4=15$ (коп.).

22. Коля, Саша и Алеша были на рыбалке. Каждый из них поймал разное количество рыб. Саша и Коля вместе поймали 6 рыб, Алеша и Коля — 4 рыбы. Сколько рыб поймал Алеша?

Ответ. Алеша поймал 3 рыбы.

Алеша и Коля поймали вместе 4 рыбы, причем каждый из них разное количество. Тогда возможны два случая: $3+1=1+3$. Разберем их.

а) Пусть Алеша поймал 1 рыбу, тогда Коля поймал 3 рыбы. Саша поймал $6-3=3$ (рыбы). Мы видим, что Саша и Коля поймали одинаковое количество рыб, что не соответствует условию задачи.

б) Пусть Алеша поймал 3 рыбы, тогда Коля поймал 1 рыбу. Саша поймал $6-1=5$ (рыб). Действительно, мальчики поймали разное количество рыб.

23. Из металлической заготовки вытачивают деталь. Стружки, которые получились при вытачивании 8 деталей, можно переплавить в одну заготовку. Сколько деталей можно сделать из 64 заготовок?

Ответ. Из 64 заготовок можно сделать 73 детали.

Из 64 заготовок можно выточить 64 детали.

Из получившихся стружек можно выплавить $64:8=8$ (заготовок).

Из них можно выточить 8 деталей. После них остаются стружки на 1 заготовку — из нее получается одна деталь. Всего $64+8+1=73$ (детали).

24. Имеются бревна длиной 4 и 5 м, одинаковой толщины. Бревно перепиливается за 1 мин. Надо напилить 20 бревен длиной 1 м. Можно пилить только 4-метровые или только 5-метровые бревна. Какие бревна надо пилить? Почему?

Ответ. Надо пилить 4-метровые бревна.

а) Пусть перепиливают 4-метровые бревна. Одно бревно дает 4 метровых бревна при 3 распилах (рис. 17).

Чтобы получить 20 метровых бревен, надо взять $20:4=5$ (бревен) и сделать $3\cdot5=15$ (распилов). Для этого потребуется $1\cdot15=15$ (мин).

б) Пусть перепиливают 5-метровые бревна. Одно бревно дает 5 метровых бревен при 4 распилах (рис. 17а). Чтобы получить 20 метровых бревен, надо взять $20:5=4$ (бревна) и сделать $4\cdot4=16$ (распилов). Для этого потребуется $1\cdot16=16$ (мин). 15 мин $<$ 16 мин, т. е. надо пилить 4-метровые бревна.

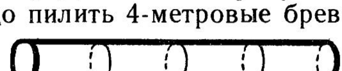


рис. 17

рис. 17а

25. Областное бюро прогнозов сообщило в 3 ч дня, что в ближайшую неделю сохранится безоблачная погода. Можно ли ожидать, что в области через 60 ч будет светить солнце?

Ответ. Через 60 ч будет ночь, т. е. солнца не будет.

26. Известно, что 1 декабря приходится на среду. На какой день недели приходится 1 января следующего года? В декабре 31 день.

Ответ. 1 января следующего года приходится на субботу.

27. В феврале 2004 года 5 воскресений, а всего 29 дней. На какой день недели приходится 23 февраля 2004 года?

Ответ. 23 февраля 2004 года приходится на понедельник.

Если в феврале 29 дней и 5 воскресений, то первое воскресенье будет 1 февраля. Отсюда 23 февраля — понедельник.

28. Часы за каждые сутки убегают вперед на 3 мин. Их поставили точно. Через какое время стрелки часов будут снова показывать точное время?

Ответ. Часы снова покажут точное время через 240 суток.

Чтобы часы снова показали точное время, необходимо, чтобы часы убежали вперед на 12 ч.

12 ч $=60$ мин $\cdot 12=720$ мин. Понадобится $720:3=240$ (суток).

29. Сергей ехал в школу на велосипеде. Занятия в школе начинаются в 9 ч. В 8 ч 40 мин, он уже проехал половину пути. Если Сергей будет продолжать ехать с такой же скоростью, то он приедет в школу за 10 мин до начала занятий. Сколько минут он ехал в школу?

Ответ. Сергей ехал в школу 20 мин.

30. Турист поднимался в гору 5 ч, проходя каждый час 3 км. На обратном пути он увеличил скорость на 2 км/ч. Сколько часов потребовалось туристу на обратный путь?

Ответ. Туристу на обратный путь понадобилось 3 ч.

31. Коля заметил, что во время липового медосбора пчела вылетает из улья со скоростью 4 м/с и возвращается обратно через 7 мин со скоростью 2 м/с. На каком расстоянии от улья расположена липа, с которой пчела взяла мед? Учесть, что на сбор меда с липы во время одного полета пчела затрачивает 1 мин.

Ответ. Расстояние между ульем и липой 480 м.

Время полета составляет $7-1=6$ (мин). Если бы пчела летела со скоростью 4 м/с (т. е. без меда), то за это время она пролетела бы расстояние между ульем и липой и еще два таких же расстояния (так как скорость пчелы без меда вдвое больше ее скорости с медом) — всего 3 таких расстояния. Следовательно, одно такое расстояние пчела пролетит за $6:3=2$ (мин) $=120$ (с). Расстояние между ульем и липой составляет $4\cdot 120=480$ (м).

32. Как трем человекам при помощи двухместного мотоцикла преодолеть расстояние 60 км за 3 ч? Скорость мотоцикла 50 км/ч, а скорость пешехода 5 км/ч.

Приведем один из способов решения задачи.

Два человека на мотоцикле и третий пешком начинают одновременно свой путь. Проехав 55 км, один человек слезает с мотоцикла и далее идет пешком оставшиеся 5 км. Другой человек на мотоцикле едет обратно 45 км. Всего мотоцикл проехал $55+45=100$ (км) за $100:50=2$ (часа). К этому моменту третий уже пройдет свои $5\cdot 2=$ $=10$ (км). Вдвоем они едут обратно 50 км в течение третьего часа. В конце всего пути в 60 км их ждет первый человек.

33. Как с помощью двух бидонов емкостью 17 л и 5 л отлить из молочной цистерны 13 л молока?

Приведем один из способов решения задачи.
С помощью 5-литрового бидона налить в 17-литровый бидон 15 л молока. Затем, наполнив еще раз 5-литровый бидон, налить недостающие 2 л в бо́льший бидон. Тогда в 5-литровом бидоне останется 3 л молока.

Вылив 15 л молока обратно в цистерну, налить эти 3 л молока в 17-литровый бидон. Остается добавить туда еще 10 л молока.

34. Кусок проволоки длиной 78 м надо разрезать на несколько частей длиной 12 см и несколько частей длиной 15 см, но так, чтобы обрезков не было. Как это сделать?

Ответ. 12 см$\cdot 4+15$ см$\cdot 2=78$ см.

Ученики могут решить задачу путем подбора, но к ней можно будет вернуться, когда дети будут учиться в старших классах. Покажем для учителя, что задача имеет единственное решение. Пусть 12-сантиметровых x частей, а 15-сантиметровых y частей. Тогда:

$$12x+15y=78 \Leftrightarrow y=\frac{26-4x}{5} \Leftrightarrow y=(5-x)+\frac{1+x}{5},$$

где x и y — натуральные числа.

$y>0$, т. е. $\frac{26-4x}{5}>0 \Leftrightarrow x<6{,}5$. Учитывая, что

$x\in N$, получим: $x\in\{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6\}$.

$\frac{1+x}{5}$ тоже натуральное число. Перебирая все числа из множества

$\{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6\}$, получим единственное значение x, т. е. $x=4$. Отсюда $y=2$.

35. Нарисуй прямоугольник с наибольшей площадью, сумма длин сторон которого равна 12 см.

Ответ. Прямоугольником с наибольшей площадью является квадрат.

Его сторона $12:4=3$ (см).

36. Как надо расположить 16 палочек длиной 1 дм, чтобы они образовали прямоугольник наименьшей площади? Чему равна эта площадь?

Ответ. Прямоугольник со сторонами из 7 палочек и 1 палочки имеет площадь 7 дм^2.

Сумма длин двух соседних сторон равна $16:2=8$ (дм). Возможны случаи:

а) $4+4=8$ (дм); площадь $4\cdot 4=16$ (дм^2);
б) $5+3=8$ (дм); площадь $5\cdot 3=15$ (дм^2);

в) $6+2=8$ (дм); площадь $6 \cdot 2=12$ (дм^2);
г) $7+1=8$ (дм); площадь $7 \cdot 1=7$ (дм^2).
Последний случай соответствует условию.

37. Десять одинаковых монет положили следующим образом (рис. 18). Переложи три монеты так, чтобы их расположение было, как на рис. 18а.

Ответ. Один из способов см. на рис. 19.

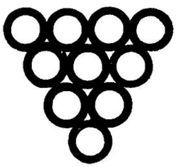


рис. 18

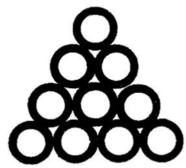


рис. 18а

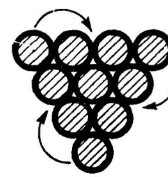


рис. 19

38. Фигуру (рис. 20) разрежь на две части так, чтобы из них можно было бы составить прямоугольник. Укажи два способа. (Один из прямоугольников — квадрат.)

Ответ. См. рис. 21 и рис. 22.

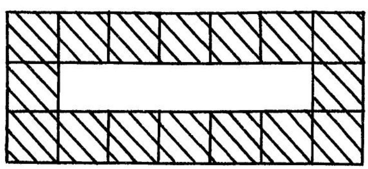


рис. 20

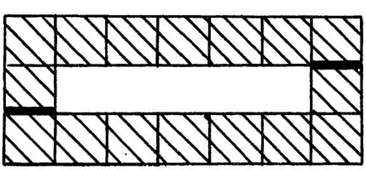


рис. 21

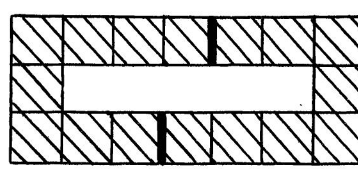


рис. 22

39. Имеются одинаковые паркетные плитки в форме треугольника с прямым углом. Нарисуй, как из них составить покрытие пола.

Ответ. См. рис. 23.

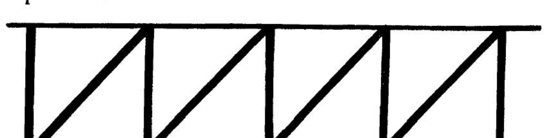


рис. 23

40. Некий человек должен был перевезти в лодке через реку волка, козу и капусту. В лодке мог поместиться только один человек, а с ним или волк, или коза, или капуста. Но если оставить волка с козой без человека, то волк съест козу. Если же оставить козу с капустой, то коза съест капусту. В присутствии человека никто никого не ест. Человек перевез свой груз через реку. Как он это сделал?

Ответ. Сначала человек переправляет козу, затем возвращается и перевозит капусту на другой берег. Оставив на этом берегу капусту, он обратно везет козу. Следующим рейсом человек перевозит волка. И наконец, едет за козой.

Возможно и иное решение. Переправив козу, человек затем перевозит волка. Его он оставляет и везет обратно козу. Вместо нее привозит капусту. Затем — рейс за козой.

41. Имеется 2 замка и 2 ключа к ним. Взяли ключ и проверили, подходит ли он к одному из замков. Достаточно ли этой проверки, чтобы узнать от какого замка каждый ключ?

Ответ. Да, достаточно.

Если ключ подходит к замку, то другой ключ — от второго замка. Если же ключ не подходит к замку, то к нему подходит другой ключ.

42. Имеется 9 одинаковых по виду шариков. 8 из них имеют одинаковую массу, а один меньшую массу (внутри него небольшая полость). Как двумя взвешиваниями на чашечных весах без гирь найти этот шарик?

Ответ. Шарики разложить на 3 тройки. Две из них положить на обе чашки весов. Если весы в равновесии, то более легкий шарик в третьей тройке. Если же одна из чашек пошла вверх, то более легкий шарик на этой чашке.

Таким же образом надо поступить с тройкой, в которой более легкий шарик.

43. Задача из фантастической повести.

Инопланетяне сообщили жителям Земли, что в системе их звезды есть три планеты А, Б, В. Они живут на второй планете. Далее передача ухудшилась из-за помех, но было принято еще два сообщения, которые, как установили ученые, оба неверные:

1) А — не третья от звезды планета;

2) Б — вторая планета.

На какой планете (А, Б, или В) живут инопланетяне?

Ответ. Разумные существа живут на планете В.

А — не третья от звезды планета — это сообщение неверно.

Значит, А — третья планета.

Б — вторая планета — тоже неверно. Значит, Б — первая планета.

Остается принять, что В — вторая планета.

При комплектовании набора четырех задач для тура олимпиады, а также при подборе заданий для индивидуальной работы мы стремились к тому, чтобы упражнения были разнообразными. В частности, старались включать геометрические задачи. Среди них особенно интересны те, в которых используется квадрат, так как он доступен для понимания младшими школьниками и в то же время может быть источником многих разнообразных заданий, и не только геометрических, но и логических (на раскрашивание фигуры, составление маршрута и т. д.).

Предлагаем вашему вниманию несколько задач, связанных с квадратом. Как их использовать — решат организаторы олимпиады или учитель исходя из общего уровня подготовки класса, особенностей отдельных учащихся.

1. Находчивый солдат

Шел солдат по дороге: раз-два! раз-два! Ранец за спиной, сабля на боку — отвоевал свое, а теперь держал путь к дому. Как вдруг навстречу ему старая ведьма.

— Добрый вечер, служивый!— молвила она.— Ишь, сабля-то у тебя славная какая и ранец-то какой большой! Словом, молодчина, солдат, только денег у тебя нет.

— Это верно.

— Хочешь расскажу, где взять?

— Буду премного благодарен,— отвечал солдат.

— Иди прямо на север по этой дороге. Дойди до башни и сверни налево, пройди столько же через дремучий лес. Затем сверни на юг и по топкому болоту пройди путь в 2 раза короче того, что был пройден, считая от места, где мы стоим. Выйдешь на тропинку — она проходит под прямым углом к пути по болоту. Иди дальше по тропинке налево, на этот раз твой путь будет в 3 раза меньше, чем прошел. В конце пути — клад.

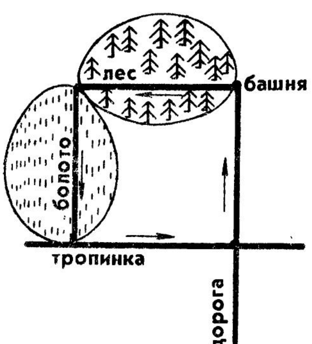


рис. 24

Стоит ли идти солдату по этому маршруту? Что ответил солдат?

Ответ. Солдат ответил, что он придет на то же самое место. Дело в том, что ведьма указала путь вдоль сторон квадрата (рис. 24).

2. Разрежь квадрат

Квадратный лист бумаги разрежь на две неравные части, а затем из них составь треугольник. Как это сделать?

Ответ. См. рис. 25, где С — середина стороны квадрата.

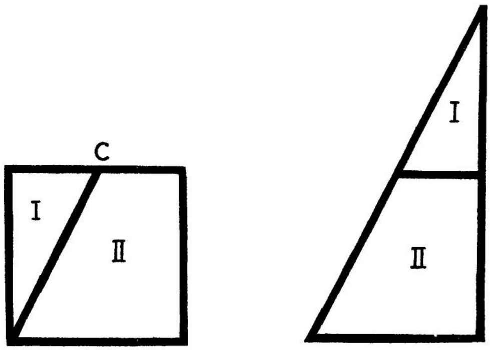


рис. 25

3. Из одного квадрата — два

Квадрат со стороной 5 см разрезали на 25 равных квадратов. Составь из них два квадрата.

Ответ. Один квадрат можно составить из 9 квадратов, а другой из 16.

Дети могут решить задачу экспериментальным путем.

4. Как провести трубу?

Квадратный участок земли (длина стороны квадрата 40 м) состоит из 16 квадратных грядок (рис. 26). Для орошения участка между некоторыми грядками надо проложить трубу из места, показанного точкой А. Эта труба длиной 100 м должна разделить участок на 2 равные части. Покажи, как надо проложить трубу.

Ответ. Возможны два способа прокладки трубы (рис. 27 и рис. 28).

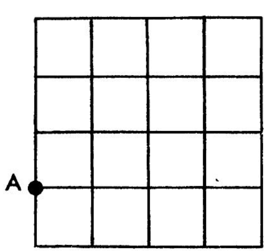


рис. 26

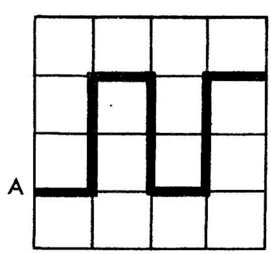


рис. 27

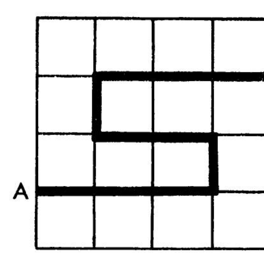


рис. 28

5. Попробуй разрезать

Можно ли шахматную доску разрезать на равные фигуры, состоящие из трех таких клеточек, какие показаны на рис. 29?

Ответ. Нельзя.

Шахматная доска состоит из 64 клеточек, а каждая фигура — из 3. Попытка разбить доску на такие фигуры даст лишнюю клетку: 64:3=21 (ост. 1).

6. Сколько всего квадратов?

Квадрат состоит из 9 квадратов (рис. 30). Сколько всего квадратов на рисунке?

Ответ. Всего 14 квадратов.

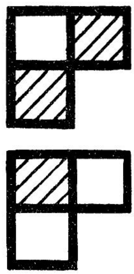


рис. 29

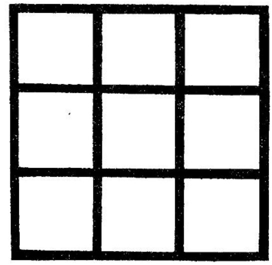


рис. 30

7. Убери спички

Из спичек составили фигуру (рис. 31).

а) Убери 5 спичек так, чтобы осталось 6 равных квадратов.

б) Убери 3 спички так, чтобы осталось 7 равных квадратов.

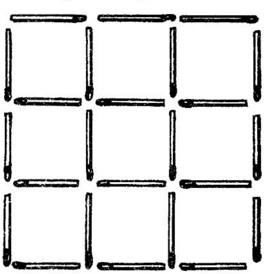


рис. 31

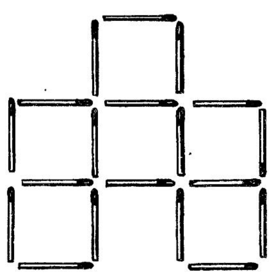


рис. 32

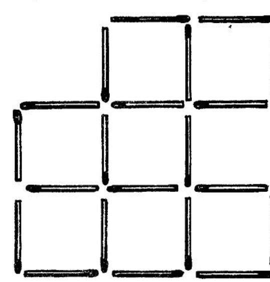


рис. 33

Ответ.

а) См. рис. 32.

б) См. рис. 33.

8. Нильс и гуси

Нильс летел в стае на спине гуся Мартина. Он обратил внимание, что построение стаи напоминает треугольник: впереди вожак, затем два гуся, в третьем ряду три гуся и т. д.

Стая остановилась на ночлег на льдине. Нильс увидел, что расположение гусей на этот раз напоминает квадрат, состоящий из рядов, в каждом ряду одинаковое количество гусей, причем число гусей в каждом ряду равно числу рядов.

Гусей в стае меньше 50. Сколько гусей в стае?

Ответ. В стае 36 гусей.

Задача может быть решена подбором. Полезно порекомендовать ребенку поэкспериментировать, например, камушками или другими мелкими предметами.

9. Маршрут туриста

Старинная часть города имеет форму квадрата и состоит из 8 квадратных кварталов. Каждый квартал имеет четыре стороны. Улицы внутри старинной части города узкие — двигаясь по ним, можно рассмотреть здания по обе стороны улицы (рис. 34).

Турист решил осмотреть каждый квартал только с двух сторон (любых). Ему надо двигаться от места, показанного на рисунке точкой *A*, до места *B*.

Составь маршрут для туриста из непересекающихся отрезков.

Ответ. См. рис. 35.

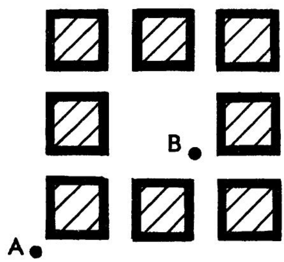


рис. 34

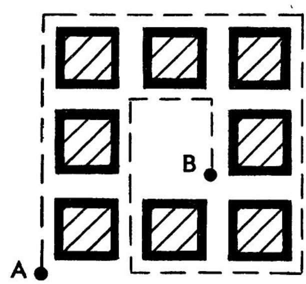


рис. 35

ЗАДАЧИ НА ПЛАНИРОВАНИЕ ДЕЙСТВИЙ

Среди занимательных задач особый интерес у детей вызывают те из них, которые предполагают планирование действий. Такова, например, старинная задача о волке, козе и капусте, переправляемых через реку на лодке (см. «Резервные задачи», задача № 40). Задачи могут быть самыми разнообразными. В одних случаях они предусматривают несколько решений, из которых нужно выбрать цепочку действий, ведущую наиболее быстро и экономно к ожидаемому результату. В других случаях — решаются однозначно. Очень важно в круг рассматриваемых задач включить такие, в которых надо предусмотреть результат данного действия, а иногда даже и отрицательный, рассмотреть целесообразность выполнения действия или цепочки действий. Ведь такого рода задачи нередко нам диктует жизнь. В то же время необходимо вырабатывать у детей стремление предусматривать результаты своей деятельности. По нашему мнению, такую работу надо начинать как можно раньше. Определенный вклад в формирование этого качества личности ребенка можно сделать с помощью занимательных задач — через олимпиады и подготовку к ним.

Ниже приводится несколько таких задач.

1. Муравьишка и Муравьин

Муравьишка и Муравьин нашли три пшеничных зернышка. Муравьин понес два зернышка, а Муравьишка — одно. Муравьин может донести до муравейника два зерна за 12 мин. Муравьишка же с одним зернышком или без него движется вдвое быстрее. Если Муравьин понесет одно зерно, то он будет двигаться с такой же скоростью, как Муравьишка с одним зернышком.

У муравьев строго: только солнышко сядет, муравьи все ходы и выходы закроют — и спать. А кто опоздал, тот будет ночевать на улице. До закрытия муравейника осталось 11 мин. Каким образом Муравьишке и Муравьину успеть в муравейник до его закрытия?

Ответ. Муравьишка донесет зернышко до муравейника за $12:2=6$ (мин). В это время Муравьин унесет два зернышка на половину расстояния. Ему осталось идти с такой же скоростью $12-6=6$ (мин). В то время как Муравьин с двумя зернышками пройдет один отрезок пути, Муравьишка без груза навстречу пройдет вдвое больше, т. е. два таких отрезка (рис. 36). На это им понадобится $6:3=2$ (мин). После этого Муравьишка и Муравьин понесут по одному зернышку в течение 2 мин до муравейника. Всего понадобилось $6+2+2=10$ (мин). $10<11$ — это означает, что Муравьишка и Муравьин успеют в муравейник до его закрытия.

рис. 36

2. Путешествие вокруг озера

Коротышки из Цветочного города решили объехать на автомобиле и исследовать недавно открытое озеро. Когда Знайка поднялся на воздушном шаре, то он увидел, что озеро имеет форму круга и его можно объехать на машине за 5 дней. Однако бак автомобиля вмещал горючего — газированную воду с сиропом — лишь на один день пути, и еще на автомобиле можно увезти запас горючего на два дня. Коротышки в месте, показанном точкой А (рис. 37), основали базу с горючим и продуктами. После этого Знайке было поручено организовать объезд вокруг озера.

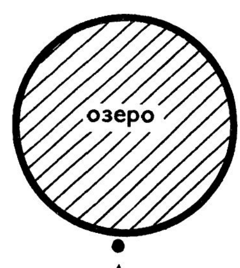


рис. 37

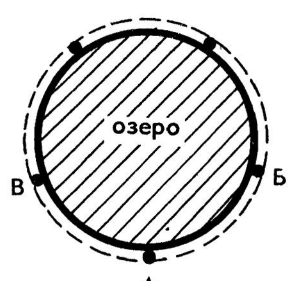


рис. 38

Каким образом Знайка организовал путешествие на автомобиле вокруг озера и сколько дней оно продолжалось? Знайка может организовывать хранение запасов в других местах берега озера. Сколько всего времени потребуется на подготовку путешествия и его проведение?

Ответ. В месте Б (рис. 38), удаленном на 1 день пути, коротышки сделают запас горючего и продуктов на 1 день и вернутся обратно. На это понадобится 2 дня пути на автомобиле. Столько же времени понадобится, чтобы сделать запас в месте В, удаленном также на 1 день пути, но в другую сторону.

После этого можно будет совершить объезд вокруг озера из места А с полным баком и запасом горючего на 2 дня.

Через день коротышки на автомобиле прибывают в место Б и наполняют бак горючим. Продолжая движение, они через 3 дня прибывают в место В и, пополнив здесь бак, через день заканчивают путешествие.

Всего понадобилось, таким образом, $2+2+1+3+1=9$ (дней).

3. Экспедиция на полюс

С научной станции необходимо отправить экспедицию на полюс. В распоряжении экспедиции 3 одинаковых вездехода, баки которых вмещают горючее на один день пути. Вездеходы везут с собой по 3 канистры с горючим. Горючее в каждой канистре тоже на день пути.

Было принято решение: не делая промежуточных баз, начать путешествие на всех вездеходах одновременно, через 3 дня достичь полюса на одном вездеходе и вернуться обратно.

Как это сделать?

Решение. В конце 1-го дня пути один вездеход, передав по канистре на другие два вездехода, возвращается обратно на станцию. В конце 2-го дня пути к полюсу один из вездеходов пополняет бак другого вездехода и возвращается обратно.

Оставшийся вездеход в конце 3-го дня пути достигает полюса. При трехдневном запасе горючего экспедиция возвращается на вездеходе на станцию.

4. Экскурсия по микрорайону

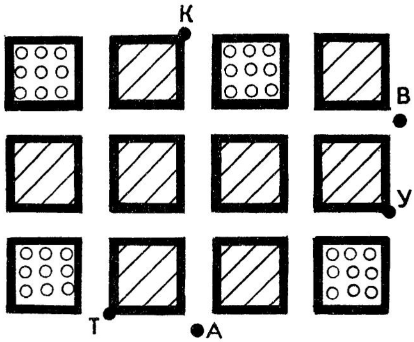
Микрорайон состоит из 8 жилых кварталов и 4 парков так, как показано на рис. 39. Турист должен осмотреть каждый квартал со всех сторон, но не более одного раза с каждой стороны.

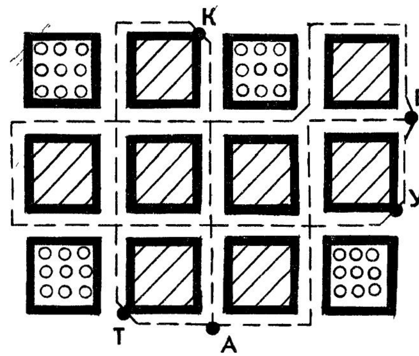
Он приехал на автобусе в место, показанное на рисунке точкой А. Далее турист планирует пообедать в кафе К. Затем посетить театр Т. Далее быстрее купить билет на вокзале В.

В оставшееся время турист предполагает осмотреть остальную часть микрорайона, а затем перед отъездом сделать покупки в универмаге У.

Нарисуй маршрут туриста.

Ответ. См. рис. 40.





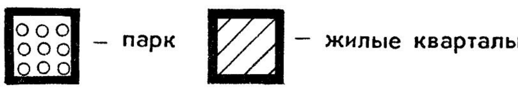


рис. 39 рис. 40

5. Грозит ли конец городу Цветочному?

В сказочном городе Цветочном жили коротышки. Город стоял на берегу реки Огурцовой. За городом был лес — именно здесь река брала свое начало. Лес состоял из 120 небольших деревьев — каждое из них живет 40 лет. Количество деревьев каждого возраста одинаково. В этом лесу не росло новых, молодых деревьев. Самый умный коротышка Знайка установил, что если число деревьев уменьшится на 50, то река обмелеет, а затем и высохнет, и тогда коротышки будут вынуждены покинуть эти места.

Однажды Незнайка, который стал самым главным коротышкой, решил для мастерской Винтика и Шпунтика спиливать каждый год по 1 дереву в возрасте 20 лет, но зато ежегодно высаживать по 2 саженца.

Грозит ли в результате этого решения Незнайки печальный конец городу Цветочному?

Ответ. Да, грозит!

Деревьев последнего года жизни $120:40=3$. Эти деревья после 40 лет прекращают свое существование. Деревьев в возрасте 20 лет — такое же количество. Из них одно дерево каждый год решено спиливать. Таким образом, лес каждый год будет уменьшаться на $(3+1)-2=2$ (дерева). За 20 лет лес уменьшится на $2\cdot 20=40$ (деревьев).

После 20 лет число деревьев их последнего года жизни будет уже 2 — ведь 20 лет назад из 3 деревьев 1 спиливали. В этот период ежегодная убыль составит $(2+1)-2=1$ (дерево). Через 10 лет лес уменьшится еще на 10 деревьев.

Таким образом, в результате решения Незнайки через $20+10=$ $=30$ (лет) лес уменьшится на $40+10=50$ (деревьев). Тогда река Огурцовая обмелеет, а затем и высохнет, после чего наступит конец города Цветочного.

6. Коварный замысел Кощея Бессмертного

Чтобы сжить с белого света 40-летнего Змея Горыныча, Кощей Бессмертный придумал Змея Горыныча приучить к курению. Кощей Бессмертный подсчитал, что если Змей Горыныч каждый день будет выкуривать по 17 сигарет в течение года, то он умрет через 5 лет, если же Змей Горыныч каждый день будет выкуривать по 16 сигарет в течение года, то он умрет через 10 лет.

До скольких лет доживет Змей Горыныч, если он не будет курить?

Ответ. Некурящий Змей Горыныч доживет до 130 лет.

Продолжительность жизни Змея Горыныча укоротится на $10-5=5$ (лет), если он будет курить в течение года $17-16=1$ (сигарету в день). При выкуривании 17 сигарет в день в течение года продолжительность жизни Змея Горыныча уменьшится на $5 \cdot 17=85$ (лет). Таким образом, продолжительность жизни Змея Горыныча составляет $40+85+5=130$ (лет).

ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ СО СКАЗОЧНЫМ СЮЖЕТОМ

Задачи со сказочными сюжетами очень нравятся детям. Являясь занимательными по форме, они усиливают интерес к самой задаче, побуждают ребенка решать проблему, вызывают желание помочь полюбившимся героям. Красота решения, неожиданный поворот мысли, логика рассуждений, все это усиливает эмоциональное восприятие детей.

Очень важно подобрать посильные для учеников задания, соответствующие их возможностям, развитию. Полезно и дать первый толчок для побуждения ребенка заняться решением, а затем усилить его сопротивляемость перед встающими трудностями. Ведь часто бывает, что даже смышленый ученик не хочет просто прочитать задачу, не то что решать ее, а поэтому целесообразно использовать внешнюю занимательность текстов. Цель может быть достигнута, если условие задачи будет похоже на сказку.

Казалось бы, сказка и математика — понятия несовместимые. Свежий сказочный образ и сухая абстрактная мысль! Однако нередко именно такая форма позволяет удачно ввести ребят в мир математики, причем через посредство увлекательной ситуации. Такое сочетание благоприятно для обучения, поскольку через сказочные элементы учитель может найти пути в сферу эмоций ребенка. Желание помочь попавшему в беду любимому герою, стремление разобраться в сказочной ситуации — все это стимулирует умственную деятельность ребенка.

В то же время важна и обратная связь: в ряде случаев встреча со сказочными героями в мире математики побуждает ученика еще раз прочитать литературное произведение, поразмышлять, глубже заглянуть в него. При составлении задач надо добиваться, чтобы поведение сказочных героев соответствовало духу самой сказки: борьба за справедливость Ивана-царевича и коварство Кощея Бессмертного, верность дружбе неунывающего Буратино и желание поживиться за чужой счет лисы Алисы и кота Базилио и т. д. Симпатии детей на стороне положительных героев. Добро торжествует, зло наказано, отрицательные качества высмеиваются. Сказки и через задачи продолжают воспитывать детей.

Условия задач со сказочными сюжетами во многих случаях громоздки. Но это сказка! Выбранная форма влечет за собой относительно большой ее объем — ведь очень часто при составлении задачи приходится следовать литературному тексту сказки. Зато в таком случае дети с большим удовольствием читают условие, вникают в его смысл — а работа над текстом является существенной частью психологической подготовки ребенка к олимпиаде.

Вместе с тем надо сохранять чувство меры, разумно дозировать разные виды заданий. Например, в комплекте из четырех задач на том или ином туре математической олимпиады мы даем не более одной со сказочным сюжетом.

Предлагаем ряд задач. Они могут быть полезны на различных этапах олимпиады, подготовительных занятиях, на уроке.

1. Иван против Кощея Бессмертного

— Помогу тебе, Иван, вызволить Василису Прекрасную,— сказала Баба Яга.— По душе ты мне пришелся. Да и от Кощеева коварства много я страдала, уж очень хочется его проучить.

Вот тебе, Иван, клубок. Приведет он тебя прямо к Кощею Бессмертному. В подземелье у него три темницы. В одной из них томится Василиса Прекрасная, в другой находится Змей Горыныч, а третья темница — пустая. Учти, что все надписи на дверях темниц неверные.

Бросил Иван клубок на землю. Покатился клубок, а Иван — за ним. Долго ли, коротко ли, он дошел до Кощея Бессмертного. Потребовал Иван у него Василису Прекрасную.

Повел Кощей Ивана в подземелье. Показал там три темницы, на дверях которых написано:

темница I — «Здесь Василиса Прекрасная»;

темница II — «Темница III не пустая»;

темница III — «Здесь Змей Горыныч».

— Отпущу, Иван, с тобой Василису Прекрасную, если угадаешь, в какой она темнице. Покажешь на дверь, за которой Змей Горыныч,— быть тебе им растерзанным. Покажешь на пустую темницу — быть тебе в ней узником до конца дней своих.

Задумался Иван... Ребята, посоветуйте Ивану, на какую дверь ему показать.

Ответ. Василиса Прекрасная во II темнице.

Надпись на двери темницы II неверная, т. е. темница III пустая. Значит, I и II темницы не пустые. Надпись на двери I темницы тоже неверная. Значит, там Змей Горыныч. Тогда во II темнице Василиса Прекрасная.

2. Кто победил Змея Горыныча?

— Змей Горыныч побежден! — такая молва дошла до Микулы Селяниновича. Он знал, что это мог сделать кто-то из богатырей:

либо Илья Муромец, либо Алеша Попович, либо Добрыня Никитич.

Вскоре Микуле Селяниновичу сообщили:

1) Змея Горыныча победил не Илья Муромец;

2) Змея Горыныча победил Алеша Попович.

Спустя некоторое время выяснилось, что одно из этих сообщений неверное, а другое верное.

Догадайся, кто из трех богатырей победил Змея Горыныча.

Ответ. Змея Горыныча победил Добрыня Никитич.

Предположим, что Змея Горыныча победил Илья Муромец. Тогда оба сообщения неверные — результат не соответствует условию задачи.

Предположим, что Змея Горыныча победил Алеша Попович. Тогда оба сообщения верные. И этот результат условию задачи не соответствует.

Предположим, что Змея Горыныча победил Добрыня Никитич. Тогда первое сообщение верное, а второе — неверное. Результат соответствует условию задачи.

3. Восьмое путешествие Синбада

Синбад-Мореход попал на остров. На нем живут только правдолюбы (они всегда говорят правду) и лгуны (они всегда лгут). Синбада сопровождал проводник — житель этого острова. Вскоре они увидели еще одного жителя острова. Синбад послал проводника узнать, кто этот житель острова — правдолюб или лгун. Проводник вернулся и сказал, что тот говорит, что лгун.

Кто был проводник — правдолюб или лгун?

Ответ. Проводник оказался лгуном.

Если бы житель острова оказался правдолюбом, то он об этом сообщил бы проводнику. Если же житель острова лгун, то он попрежнему сообщил бы, что он правдолюб. Таким образом, ожидаемый ответ: правдолюб. Проводник же Синбаду сообщил о жителе острова, что он лгун. Значит, проводник — лгун.

4. Квартет

Проказница Мартышка,
Осел,
Козел
Да косолапый Мишка
Затеяли сыграть Квартет.

Для этого они сели кружком, Мартышка расположилась напротив Медведя, а рядом с нею — Осел и Козел.

Ударили в смычки, дерут, а толку нет.

Тогда Осел и Козел поменялись местами.

Расселись, начали Квартет.
Он все-таки на лад нейдет.

Таким образом, они перепробовали все возможные варианты, причем Медведь всегда оставался на одном и том же месте.

Сколько всего было вариантов расположения незадачливых музыкантов?

Ответ. 6 вариантов.

5. Винни-Пух и Пятачок идут в гости

Винни-Пух с Пятачком отправились к Сове на день рождения. Сова жила на высоком-превысоком дубе. Пятачок нес в подарок 5 одинаковых баночек меда, а Винни-Пух — воздушный шарик. Этот шарик может за один раз поднять либо Винни-Пуха и 2 баночки меда, либо Пятачка и 3 баночки меда, либо 5 баночек меда (больше этого груза шарик не может поднять).

Когда друзья подошли к дубу, Винни-Пух сказал:

— Шарик не может поднять нас с банками меда. Давай-ка подарим Сове лишь воздушный шарик! Кстати, скоро у меня день рождения...

Пятачок вежливо спросил:

— А может ли воздушный шарик поднять нас обоих за один раз?

Как бы ты ответил на этот вопрос?

Ответ. Да, может.

Масса Винни-Пуха не больше массы $5-2=3$ (баночек меда). Масса Пятачка не больше массы $5-3=2$ (баночек меда). Масса Винни-Пуха и Пятачка не больше $3+2=5$ (баночек меда). Значит, шарик может поднять Винни-Пуха и Пятачка.

С детьми можно обсудить моральную сторону предложения Винни-Пуха, а затем рассмотреть, что же делать с баночками меда и шариком. Дети могут предложить свои варианты подарков Сове и Винни-Пуху к их дням рождения.

6. Режим дня для попрыгуньи Стрекозы

Попрыгунья Стрекоза половину времени каждых суток красного лета спала, третью часть времени каждых суток танцевала, шестую часть — пела. Остальное время она решила посвятить подготовке к зиме. Сколько часов в сутки Стрекоза готовилась к зиме?

Ответ. В течение суток Стрекоза ни часу не готовилась к зиме.

В сутках 24 часа. Из них Стрекоза спала $24:2=12$ (ч), танцевала $24:3=8$ (ч), пела $24:6=4$ (ч). Всего она на эти дела тратила $12+8+4=24$ (ч в сутки). Так что на подготовку к зиме у Стрекозы не хватило времени.

7. Поп и работник Балда

С хозяйством попа справляется 10 работников. Каждый работник в день съедает каравай хлеба и другие продукты. Поп принял на работу Балду.

Живет Балда в поповом доме,
Спит себе на соломе,
Ест за четверых,
Работает за семерых.

Поп прогнал лишних работников. Сколько караваев хлеба экономил поп ежедневно?

Ответ. Поп ежедневно экономил 3 каравая.

Раньше 10 работников ежедневно съедали 10 караваев хлеба. Теперь Балда работает за семерых. Чтобы справиться с хозяйством, надо еще 3 работника (остальных работников поп прогнал). Балда и эти 3 работника ежедневно съедают $4+3=7$ (караваев). Разница составляет $10-7=3$ (каравая) — это и есть ежедневная экономия.

Дети могут привести и более простое решение: Балда ел за четверых, а работал за семерых. Экономия составляет $7-4=3$ (каравая).

8. Хитрая лиса

Наловил дед рыбы полный воз. Рыба — крупные лещи. Едет домой и видит, лисичка свернулась калачиком, лежит на дороге.

Дед слез с воза, подошел, а лисичка не шелохнется. Дед решил, что лиса мертвая.

— Вот славная находка! Будет моей старухе воротник на шубу.

Взял он лису и положил на воз, а сам пошел впереди. А лисица улучила время и стала выбрасывать полегоньку из воза все по рыбке да по рыбке, все по рыбке да по рыбке. Сначала лиса действовала осторожно, а затем смелее. В первую минуту она выбросила лишь 1 леща, во вторую — 2 леща, в третью — 4 леща и так далее: в каждую следующую минуту она выбрасывала вдвое больше лещей. Через 7 мин лиса выбросила всю рыбу и сама потихоньку ушла.

Сколько лещей досталось хитрой лисе?

Ответ. Лисе досталось 127 лещей.

Для решения достаточно записать выражение: $1+2+4+8+$ $+16+32+64$.

9. Как лиса и волк рыбу делили

Обманным путем лиса и волк раздобыли целую кучу рыбы. Лиса рисковала своей шкурой. Да и волку крепко досталось — бока болят от побоев.

Лиса и говорит:

— Давай, волк, разделим рыбу поровну.

— Давай! Слаб я в математике, дели ты, лиса.

Бросила лиса волку 1 рыбу, а себе 2:

— Вот тебе, волк, одна рыбка, а мне две...

— Не слишком ли мало?!

— Слушай дальше. Тебе 3 рыбки...

— Это можно!

— А мне 4, тебе 5, а мне 6, тебе 7...

И так далее.

Разделила лиса рыбу, каждый раз поочередно увеличивая количество рыбок на одну. Последний раз лиса бросила себе 20 штук, и на этом рыба кончилась.

Доволен волк, полагая, что он получил рыбы столько же, сколько и лиса.

Как по-вашему, ребята, кто больше получил рыбок: лиса или волк и на сколько?

Ответ. Лиса получила на 10 рыбок больше.

Составим два ряда чисел:

Волк:	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19.
Лиса:	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

Каждый раз лиса себе бросала на 1 рыбку больше. Всего она бросила себе на $1 \cdot 10 = 10$ (рыбок) больше.

10. Два жадных медвежонка

Два медвежонка нашли головку сыра. Они долго спорили, как ее поделить, но никто не хотел уступать. Мимо пробегала лиса. Узнав, о чем спор, она предложила помочь.

Разломив головку сыра на две части так, чтобы одна из них была ровно полкилограмма, а другая меньше, она спросила, облизнувшись:

— Куски равны?

— Нет! — закричали жадные медвежата.

Тогда лиса откусила от большей части, но столько, что этот кусок стал меньше, чем другая часть, и повторила вопрос. И на этот раз медвежата сообщили, что получились неравные куски. Затем лиса еще 9 раз пыталась сделать части равными, поочередно откусывая от них одинаковое количество сыра. В результате остались маленькие кусочки, причем один из них оказался на 20 г большего другого. После этого лиса заявила, что медвежатам трудно угодить. Она отправила оба кусочка в рот и, вильнув хвостом, скрылась в кустах.

Какова была масса головки сыра?

Ответ. Масса головки сыра 980 г.

Лиса всего откусила 10 раз — от каждой части поочередно по 5 раз. Значит, от каждой части откушено одинаковое количество сыра, т. е. вторая часть содержит сыра на 20 г меньше, чем первая. Первоначальная масса сыра была $500 + (500 - 20) = 980$ (г).

11. Поле Чудес

Лиса Алиса и кот Базилио привели Буратино на пустырь и рассказали:

— Это Поле Чудес: если закопаешь здесь золотые монеты, то наутро вырастет дерево, на котором будет в 3 раза больше золотых монет. Затем полученные монеты можно снова закопать в землю и снова вырастет дерево с монетами. Так можно снять несколько урожаев. Закопай свои монеты, а мы можем посторожить их.

В награду за услуги лиса и кот потребовали после каждого урожая отдавать 9 монет. Подумав немного, Буратино не согласился с их условиями. Он заявил, что после двух урожаев у него совсем не останется денег. Уж лучше он сам посторожит. Сколько золотых монет было у Буратино?

Ответ. У Буратино было 4 золотые монеты.

Второй урожай даст 9 монет. Следовательно, во второй раз Буратино посадит $9:3=3$ (монеты). Первый урожай даст $3+9=$ $=12$ (монет). Это означает, что в первый раз Буратино посадит $12:3=4$ (монеты).

12. Старик Хоттабыч

Возраст старика Хоттабыча записывается числом с различными цифрами. Об этом числе известно следующее:

1) если первую и последнюю цифры зачеркнуть, то получится

двузначное число, которое при сумме цифр, равной 13, является наибольшим;

2) первая цифра больше последней в 4 раза.

Сколько лет старику Хоттабычу?

Ответ. Старику Хоттабычу 8942 года.

Наибольшим двузначным числом с суммой цифр, равной 13, является 94. Пусть последняя цифра 1. Тогда первая цифра $1 \cdot 4 = 4$. Но такая цифра в числе есть, а ведь цифры в числе должны быть разными. Пусть последняя цифра 2, тогда первая цифра $2 \cdot 4 = 8$. Все цифры различны. Итак, получилось число 8942.

13. Красная Шапочка идет к бабушке

Красная Шапочка несла бабушке 14 пирожков: с мясом, грибами и капустой. Пирожков с капустой наибольшее количество. Причем их вдвое больше, чем пирожков с мясом. А пирожков с мясом меньше, чем пирожков с грибами.

Сколько пирожков с грибами?

Ответ. Красная Шапочка несла 5 пирожков с грибами.

Пусть пирожков с мясом 2, тогда с капустой $2 \cdot 2 = 4$ (пирожка).

Значит, с грибами $14-(2+4)=8$ (пирожков). Но в этом случае пирожков с капустой не наибольшее количество.

Пусть пирожков с мясом 3, тогда с капустой $3 \cdot 2 = 6$ (пирожков).

Значит, с грибами $14-(3+6)=5$ (пирожков). Этот результат соответствует условию задачи.

Пусть пирожков с мясом 4, тогда с капустой $4 \cdot 2 = 8$ (пирожков). Следовательно, с грибами $14-(4+8)=2$ (пирожка). Получается, что пирожков с мясом больше, чем пирожков с грибами.

14. Домик кума Тыквы

Кум Тыква с самого детства мечтал о том, что у него будет когда-нибудь собственный домик. Он с 15 лет каждый год покупал по одному кирпичу для будущей постройки. Через некоторое время мастер Виноградинка посчитал кирпичи. Их оказалось у кума Тыквы 18. Мастер Виноградинка сказал, что этих кирпичей на домик не хватит. Кум Тыква думал-думал и в конце концов решил работать побольше, а есть поменьше. Так он и сделал. Теперь ему удавалось покупать по 4 кирпича в год. Когда всех кирпичей оказалось 118 штук, кум Тыква начал строить домик. Через два года кум Тыква поселился в своем тесном домике.

Сколько лет тогда было куму Тыкве?

Ответ. Когда кум Тыква окончил строить домик, ему было 60 лет.

Решение ясно из числового выражения:

$$15+18+(118-18):4+2.$$

15. Пончик на фабрике Жадинга

Во время путешествия Незнайки на Луну его друг Пончик был вынужден временно устроиться на фабрику мистера Жадинга на срок не более чем 10 дней. Условия следующие: за день работы Пончику начисляется 3 фертинга, а за прогул в течение дня — штраф 4 фертинга. Работа оказалась тяжелой: целый день приходилось носить огромные мешки. Так что каждый день, следующий за днем работы, Пончик не мог не только выйти на работу, но и даже разогнуться.

Спустя некоторое время мистер Жадинг вызвал Пончика в свой кабинет:

— Работы больше нет, так что мы не нуждаемся в ваших услугах. Получите расчет у кассира. От всей души желаю дальнейших успехов!

Кассир сообщил:

— Вы заработали некоторую сумму. Но ее как раз хватило на покрытие штрафов из-за прогулов.

Сколько дней работал Пончик?

Ответ. 4 дня.

В 1-й день Пончик заработал 3 фертинга, во второй день он не вышел на работу — штраф 4 фертинга. Долг Пончика составил 1 фертинг. Через 3 пары дней долг Пончика составил 3 фертинга. На 7-й день Пончик заработал 3 фертинга, чем покрыл свой долг. Таким образом, Пончик работал всего 4 дня.

16. Дедушка Мазай спасает зайцев

Во время наводнения дедушка Мазай снял с острова зайцев.

Только уселась команда косая,
Весь островочек пропал под водой.

Далее дедушка Мазай спас еще некоторое количество зайцев, снимая их с пней. Интересно, что это число записывается теми же цифрами, что и число зайцев, спасенных с острова, но в обратном порядке. Число зайцев с острова больше, чем число зайцев, снятых с пней. Оба числа двузначные.

Мимо бревно суковатое плыло,
Сидя, и стоя, и лежа пластом,
Зайцев десяток спасалось на нем.

Мазай и этих зайцев взял с собой. Всего Мазай спас 43 зайца.

Сколько зайцев спас дедушка Мазай с острова?

Ответ. Дедушка Мазай спас с острова 21 зайца.

Сказочная эта задача или нет — пусть решат сами дети, соотнеся ее с реальными фактами. Пусть дети вспомнят случаи, когда они или их знакомые спасли кого-либо из «братьев меньших».

17. Ганс и мухи

Портняжка Ганс отрезал кусок хлеба, намазал его вареньем и стал жилетку дошивать. А в комнате много-много мух, прямо не сосчитать сколько. Почуяли мухи, что вареньем пахнет, и налетели на хлеб. Число мух на хлебе — двузначное, последняя цифра его 7.

— Мухи, мухи,— говорит им портной,— вас-то кто сюда звал? Зачем на мое варенье налетели?

А мухи его не слушают и едят варенье. Тут портняжка рассердился, взял тряпку да как ударит по мухам, так 7 штук сразу и прихлопнул — ровно некоторую долю всех мух, севших на хлеб.

Сколько мух село на хлеб?

Ответ. 77 мух село на кусок хлеба.

Это число — единственное двузначное с последней цифрой 7 и делящееся на 7.

18. Стойкий оловянный солдатик

Было когда-то на свете 25 оловянных солдатиков, которых сделали из старой оловянной ложки массой 123 г.

24 солдатика были одинаковыми: друг от друга не отличались. Но двадцать пятый солдатик был не такой, как все. Он оказался одноногим. Его отливали последним, и олова немного не хватило.

Какова масса последнего солдатика?

Ответ. Масса стойкого оловянного солдатика 3 г.

123:24=5 (ост. 3). Получается, что масса каждого солдатика 5 г. Оставшиеся 3 г — масса последнего солдатика.

19. Золото царя Додона

6 разбойников ограбили царя Додона. Добыча оказалась большой — менее сотни одинаковых золотых слитков. Стали разбойники делить добычу поровну, но один слиток оказался лишним. Разбойники передрались — в драке был убит один разбойник. Оставшиеся разбойники снова стали делить золото, но снова один слиток оказался лишним и снова в драке погиб один разбойник. И так далее: каждый раз один слиток оказывался лишним, и в завязавшейся драке убивали одного разбойника. В конце концов остался лишь один разбойник, который тут же скончался от ран.

Сколько было слитков золота?

Ответ. Всего был 61 слиток золота.

Если бы на 1 слиток было меньше, то дележ каждый раз состоялся бы. Число, меньшее 100, которое делится на 2, 3, 4, 5, 6 — это число 60. Всего слитков было $60+1=61$.

20. Дележ по завещанию

Умер бабай. Через некоторое время приехали его двое сыновей и принялись делить наследство. В завещании значилось: «А еще я завещаю сыновьям 6 верблюдов: старшему — половину всех верблюдов, младшему третью часть, доброму человеку — 1 верблюда».

Но верблюдов почему-то 5, а не 6. Не знают братья, как разделить эти 5 верблюдов. Получается деление с остатком: старшему 2 верблюда и еще полверблюда, младшему того хуже — больше одного верблюда, но не два. Не резать же животных на части, не позориться же перед народом! А тут еще надо кому-то отдавать целого верблюда!

Ссорятся братья. Каждый требует уступить свою долю в его пользу. Совсем уж было подрались братья. Но в это время мимо проезжал на верблюде Ходжа Насреддин.

— Мир вам, о юные и благонравные! Поведайте мне, что за жаркий спор затеяли вы.

Перебивая друг друга, братья рассказали, в чем дело. Ходжа Насреддин внимательно выслушал их. Затем он задумался и наконец произнес:

— Что ж, попытаюсь вам помочь...

И он нашел выход. Братья получили целых верблюдов, причем в количествах бо́льших, чем они предполагали раньше. Долго благодарили они Ходжу Насреддина, кланяясь ему. А Ходжа Насреддин сел на своего верблюда и продолжал путь, прерванный спором братьев.

Ребята, разберитесь, в чем дело. Каким образом разделил верблюдов Ходжа Насреддин?

Ответ. По-видимому, в период между составлением завещания и приездом братьев одного верблюда не стало. Тогда Ходжа Насреддин поступил следующим образом: он присоединил к наследству своего верблюда. Верблюдов стало 6. Старший брат получил половину наследства: $(5+1):2=3$ (верблюда), а младший третью часть: $6:3=2$ (верблюда). Остался один верблюд: $6-(3+2)=1$. Этот верблюд и перешел обратно Ходже Насреддину согласно завещанию.

21. Капитан Врунгель и кенгуру

Капитан Врунгель погнался за кенгуру, в сумку которого попал мячик от гольфа (гольф — спортивная игра в мяч, который стараются загнать в лунку клюшкой). Кенгуру в минуту делает 70 прыжков, каждый прыжок — 10 м. Капитан Врунгель бежит со скоростью 10 м/с.

Догонит ли он кенгуру?

Ответ. Капитан Врунгель не догонит кенгуру.

Кенгуру за 1 мин преодолеет расстояние $10 \cdot 70=700$ (м). Врунгель за это время пробежит лишь расстояние $10 \cdot 60=600$ (м).

$600<700$, т. е. Врунгель не догонит кенгуру.

22. Маленький Мук и королевский скороход

Маленький Мук и королевский скороход соревновались в беге по дорожке длиной 30 км, которая шла вокруг большого луга. По условиям соревнования выигрывает тот, кто обгонит другого, пробежав на круг больше. Скороход делает круг за 10 мин, а Маленький Мук — за 6 мин. Оба бегут равномерно.

Через сколько минут Маленький Мук обгонит скорохода?

Ответ. Маленький Мук обгонит скорохода через 15 мин.

Скорость Маленького Мука $30:6=5$ (км/мин), скорохода — $30:10=3$ (км/мин). Когда соревнующиеся начали двигаться, то Маленький Мук стал обгонять скорохода на $5-3=2$ (км/мин). Следовательно, Маленький Мук обгонит скорохода через $30:2=$ $=15$ (мин).

23. Буратино и его друзья

Буратино, Мальвина и Пьеро, спасаясь от Карабаса Барабаса, выбежали на берег озера. Мальвина и Пьеро сели на черепаху Тортилу. Буратино же места не хватило, поэтому он бросился вплавь. Буратино может переплыть озеро через 30 мин, а Тортила в 3 раза быстрее (с грузом или без него). Карабас Барабас побежал вокруг озера, и на это ему потребуется 30 мин.

Как быстрее переплыть озеро всем беглецам?

Успеют ли Буратино и его друзья убежать от Карабаса Барабаса, если от озера до папы Карло им надо бежать 18 мин?

Карабас бежит в 2 раза быстрее, чем Буратино и его друзья.

Ответ. Буратино и его друзья успеют убежать от Карабаса Барабаса.

Когда Буратино доплывет до середины озера, то Тортила успеет доплыть до берега (высадив Мальвину и Пьеро) и встретить на середине Буратино — ведь Тортила плывет в 3 раза быстрее, чем он. На середине озера Буратино будет через $30:2=15$ (мин). Значит, Тортила с Буратино достигнут берега через $15:3=5$ (мин). Буратино достигнет берега через $15+15:3=20$ (мин). Через $30-20=$ $=10$ (мин) после этого на место высадки прибежит Карабас Барабас. За это время беглецы будут от папы Карло в $18-10=8$ (мин) бега. Карабасу Барабасу бежать до папы Карло $18:2=9$ (мин).

$8<9$, т. е. Буратино и его друзья успеют убежать от Карабаса Барабаса.

ОТВЕТЫ, УКАЗАНИЯ, РЕШЕНИЯ К ЗАДАЧАМ, ПРЕДЛАГАВШИМСЯ НА ОЛИМПИАДАХ

1984—1985 УЧЕБНЫЙ ГОД

Подготовительный (заочный) тур

1. Из цифр 0 и 1 можно составить 8 четырехзначных чисел: 1000, 1001, 1010, 1100, 1011, 1101, 1110, 1111.

2. Приводим один из способов решения задачи.

Два раза наполнить молоком 5-литровый бидон и вылить в 8-литровый бидон. Тогда в 5-литровом бидоне останется 2 л молока. Вылив молоко из 8-литрового бидона обратно в цистерну с молоком, в этот бидон перелить полученные 2 л молока. Затем туда добавить еще 5 л.

Получилось 7 л молока.

3. Старший брат догонит младшего через 15 мин.

Если бы младший брат вышел на 10 мин раньше старшего, то старший брат догнал бы младшего у школы: $40-30=10$ (мин). Значит, в случае, когда младший брат вышел на 5 мин раньше старшего, старший брат догонит младшего в середине пути. Это расстояние старший брат пройдет за $30:2=15$ (мин).

4. Проволоки потребуется $5 \cdot 12=60$ (см).

Школьный тур

1. На одной чашке весов: кусок олова массой в 47 г, а также гири 1 г, 9 г, 27 г. На другой чашке весов: гири 3 г, 81 г.

2. В коробке 6 красных карандашей.

Если в коробке 1 зеленый карандаш, то синих 6 карандашей. Тогда красных карандашей: $20-(1+6)=13$. Получается, что красных карандашей больше, чем синих. Этот случай не соответствует условию задачи.

Если в коробке 2 зеленых карандаша, то синих $2 \cdot 6=12$ (кар.). Тогда красных карандашей $20-(2+12)=6$. $6<12$ — соответствует условию задачи.

Рассматривая случаи, когда 3, 4, 5... зеленых карандашей, соответственно получим 18, 24, 30... синих карандашей. Общее количество карандашей в коробке превышает 20.

3. Произведение оканчивается цифрой 0.

4. Всего получилось 6 отрезков.

Районный тур

1. Следующее число, которое одинаково читается в обеих направлениях, 13 031. Значит, автомобиль за 2 ч проехал $13\,031-12\,921=110$ (км). Скорость автомобиля $110:2=55$ (км/ч).

2. Масса одного яблока равна массе одной груши.

К этому выводу можно прийти, если с каждой чашки весов убрать по 4 яблока и 3 груши.

3. Черный котенок жил в квартире № 3, белый — квартире № 2, а рыжий — в квартире № 1.

4. См. рис. 41.

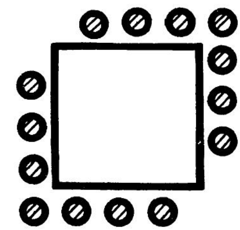


рис. 41

Межрайонный тур

1. Через 3 дня улитка достигнет вершины столба.

Через день и ночь улитка будет на высоте $4-3=1$ (м).

В конце вторых суток она будет на высоте $1\cdot2=2$ (м).

В конце третьего дня улитка достигнет вершины: $2+4=6$ (м).

2. $(12:3+4)\cdot5$.

3. Кузнец раскрыл 3 звена одного обрывка цепи и ими соединил оставшиеся 4 обрывка.

4. Длина полосы 100 м.

1 м$^2=100$ см$\cdot100$ см$=10\,000$ см^2. Значит, полоса шириной 1 см имеет длину 10 000 см = 100 м.

Возможно более рациональное решение. Квадрат разрежем на полосы шириной 1 см. Таких полос длиной 1 м будет всего 100. Значит, длина всей полосы 100 м.

1985—1986 УЧЕБНЫЙ ГОД

Подготовительный (заочный) тур

1. Обозначим кусочки I, II, III. В течение первой минуты поджарить I и II кусочки хлеба с одной стороны. В течение второй минуты поджарить с другой стороны один из этих кусочков (например, II) и III кусочек. В оставшуюся минуту поджарить I и III кусочки с другой стороны.

2. Сумму в 6 коп. можно набрать восемью способами:

$1+1+1+1+1+1=6$ (коп.); $2+1+1+1+1=6$ (коп.); $2+2+1+1=6$ (коп.); $2+2+2=6$ (коп.); $1+1+1+3=6$ (коп.); $1+2+3=6$ (коп.); $1+5=6$ (коп.); $3+3=6$ (коп.).

3. Муравьишка затратил меньше времени на путь в гости, чем на обратный путь.

Лишь на половину пути верхом на Гусенице он потратил столько же времени, сколько на весь путь пешком, так как Гусеница двигалась вдвое медленнее, чем Муравьишка шел пешком.

4. Число кубиков, окрашенных с трех сторон, равно 8. Они расположены по углам куба: 4 сверху и 4 снизу.

Школьный тур

1. Саша в пионерском лагере был 24 дня.

В июле 31 день. Надо учесть и 15 июля. Таким образом, в июле Саша был $31-14=17$ (дней). В августе он был в лагере 7 дней. Всего $17+7=24$ (дня).

2. Всего получилось 16 кусочков торта (рис. 42).

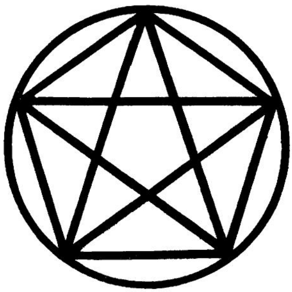


рис. 42

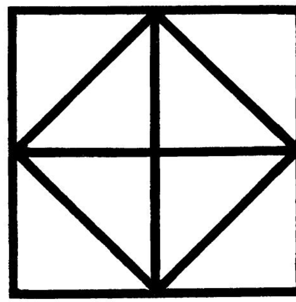


рис. 43

3. Имя девочки начинается с буквы В.

4. Площадь получившегося квадрата 32 см^2.

Площадь квадратного листа бумаги $8\cdot8=64$ (см^2). Площадь получившегося квадрата в 2 раза меньше (рис. 43). Значит, его площадь равна $64:2=32$ (см^2).

Районный тур

1. Надо взять числа 19, 6, 25.

2. Через 2 ч велосипедист и пешеход будут находиться на одинаковом расстоянии от города.

За 2 ч велосипедист проедет $12\cdot2=24$ (км). Пешеход в это время пройдет $4\cdot2=8$ (км). Ему останется пройти до города еще $32-8=24$ (км). Это означает, что через 2 ч велосипедист и пешеход встретятся. Следовательно, в этот момент они находятся на одинаковом расстоянии от города.

3. Приводим один из способов решения.

С помощью 3-литровой банки нальем 6 л воды в ведро. Еще раз нальем 3 л воды в банку и наполним 7-литровое ведро доверху. Тогда в банке останется 2 л воды, которые выльем в кастрюлю. Добавим к ним 3 л воды — получим всего 5 л воды.

4. См. рис. 44.

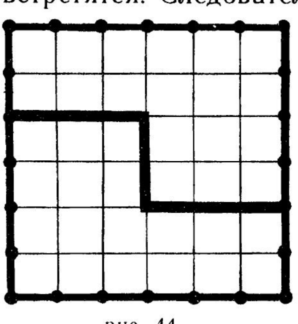


рис. 44

Межрайонный тур

1. Лестница на 4 этаж длиннее лестницы на 2 этаж в 3 раза.

2.
$$\begin{array}{r} \times\begin{array}{r}124\\97\end{array}\\ \hline 868\\ +\,1116\\ \hline 12028\end{array}$$

3. 4 коп. можно набрать 4 способами:

$1+1+1+1=4$ (коп.); $1+1+2=4$ (коп.); $2+2=4$ (коп.); $1+3=4$ (коп.).

4. Достаточно изобразить прямоугольник со сторонами 12 см и 1 см.

1986—1987 УЧЕБНЫЙ ГОД

Подготовительный (заочный) тур

1. Рамку можно согнуть 3 способами.

Сумма длин соседних сторон прямоугольника $12:2=6$ (см). $6=1+5$; $6=2+4$; $6=3+3$.

2. Краеведческие задачи.

а) В 1991 году Осе исполняется 400 лет. Значит, город Оса основан в $1991-400=1591$ (году).

б) Год юбилея Оханска 1991. Значит, Оханск основан в $1991-210=1781$ (году).

в) После 1986 года до 2000 года встречается лишь одна дата, сумма цифр которой равна 21. Это 1992 год. Следовательно, Салават Юлаев родился в $1992-240=1752$ (году).

3. В коробке с надписью «винты» лежали гайки, в коробке с надписью «гайки» лежали гвозди.

4. На весь путь пешком Миша затратит 1 ч.

Миша до реки и обратно ехал на велосипеде 20 мин. Значит, обратно он ехал $20:2=10$ (мин). Если до реки Миша шел пешком, а обратно уехал на велосипеде, всего затратив 40 мин, то на путь до реки пешком он затратил $40-10=30$ (мин). Чтобы пройти весь путь в оба конца пешком, понадобится 30 мин$\cdot 2=1$ ч.

Школьный тур

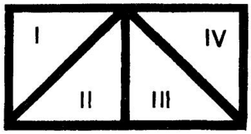
1. 4 человека обменялись шестью рукопожатиями.

2. Число 12345679 надо умножить на 9:

$$12345679\cdot 9=111111111$$

3. Коля учится в I классе, Юра во II классе, Петя в III классе, Вова в IV классе.

4. Один из вариантов дан на рис. 45.



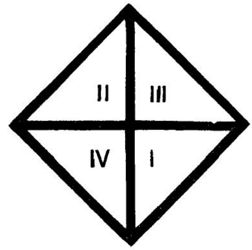


рис. 45

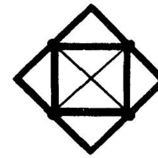


рис. 46

Районный тур

1. Найдем общую массу всех 7 камней: $1+2+3+4+5+6+7=$ $=28$ (кг).

Тогда в каждом рюкзаке будет по $28:4=7$ (кг) камней. В рюкзаки камни можно разложить так: камень 7 кг, камни 6 кг и 1 кг, камни 5 кг и 2 кг, камни 4 кг и 3 кг.

2. В записи ряда чисел от 1 до 99 цифра 5 встречается 20 раз.

3. См. рис. 46.

4. 48 яиц.

Одна курица за 3 дня несет 1 яйцо. Значит, 12 кур за 3 дня снесут 12 яиц. 12 кур за 12 дней снесут в $12:3=4$ (раза) больше, т. е. $12\cdot4=48$ (яиц).

Межрайонный тур

1. 192 цифровых знака.

Числа от 1 до 9 записывают одним цифровым знаком. Число 100 записывают 3 цифровыми знаками. Остальные числа двузначные — их всего $100-(9+1)=90$. Для записи двузначных чисел понадобится $2\cdot90=180$ (цифровых знаков). Всего цифровых знаков надо $9+3+180=192$.

2. В уравнении $12:x=7-x$ вместо x надо подставить числа 3 или 4.

3. 2 ч 40 мин.

3 ч 20 мин $=200$ мин. Скорость «Метеора» равна $200:200=$ $=1$ (км/мин). Чтобы преодолеть расстояние 160 км, понадобится 160 мин. 160 мин $=2$ ч 40 мин.

4. Набор Вити: 2 коп., 3 коп., 10 коп., 15 коп., 50 коп. Набор Юли: 2 коп., 3 коп., 5 коп., 20 коп., 50 коп.

1987—1988 УЧЕБНЫЙ ГОД

Подготовительный (заочный) тур

1. Петя родился 31 декабря.

2. См. рис. 47.

3. Волку надо бежать до домика Наф-Нафа $4+6:2=7$ (мин), а поросятам 6 мин. $6<7$. Значит, поросята успеют добежать до домика Наф-Нафа.

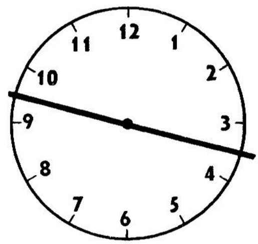


рис. 47

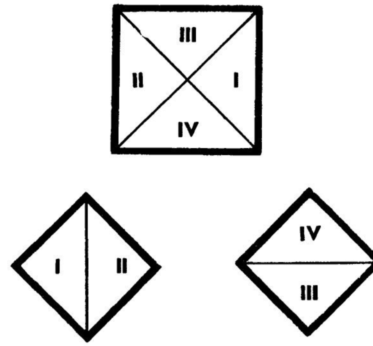


рис. 48

4. Алеша, Коля, Саша могут расположиться на скамейке 6 способами.

Пусть А — Алеша, К — Коля, С — Саша. Тогда возможны варианты: А, К, С; А, С, К; К, А, С; К, С, А; С, А, К; С, К, А.

Школьный тур

1. В бочонке первоначально было 6 кг меда.

Оставшаяся половина меда в бочонке имеет массу $7-4=3$ (кг). Значит, весь мед в бочонке имеет массу $3\cdot2=6$ (кг).

2. Всего «медных» монет разного достоинства четыре: 1 коп, 2 коп., 3 коп., 5 коп. Они составляют сумму: $1+2+3+5=11$ (коп.).

3. Например, $(222-22):2=100$.

4. 9 м, 10 м, 11 м.

Районный тур

1. Разрезали 3 листа бумаги.

Когда режут 1 лист на три части, то количественно добавляются еще два листа. Добавилось всего $15-9=6$ (листов). Значит, разрезали $6:2=3$ (листа) бумаги.

2. Бегун будет у седьмого столба через 24 мин.

3. Наименьшее десятизначное число с различными цифрами: 1023456789.

4. На рис. 48 показан один из возможных способов решения.

Межрайонный тур

1. Сдача составляет три 5-копеечные монеты.

Сдача с рубля составляет несколько 5-копеечных монет. Следовательно, число, выражающее стоимость купленного мороженого, тоже делится на 5. Количество порций мороженого может быть 5, 10, 15... Так как порция мороженого стоит 17 коп., а стоимость всего купленного мороженого менее 1 руб., то Коля купил 5 порций мороженого. Далее нетрудно вычислить количество 5-копеечных монет в сдаче: $(100-17\cdot5):5=3$ (монеты).

2. Скорость туриста 100 м/мин.

6 км $=6\,000$ м, 1 ч $=60$ мин. Скорость туриста: $6\,000:60=$ $=100$ (м/мин).

3. Длина стороны треугольника 8 см.

Периметр квадрата $6\cdot4=24$ (см). Такой и будет длина куска проволоки, а значит, периметр треугольника. Сторона треугольника составляет $24:3=8$ (см).

4. Всего можно составить 6 двузначных чисел: 12, 13, 21, 23, 31, 32. Сумма их 132.

1988—1989 УЧЕБНЫЙ ГОД

Подготовительный (заочный) тур

1. Всего можно составить 6 трехзначных чисел: 135, 153, 315, 351, 513, 531.

2. Имя мальчика — Дима.

3. См. рис. 49.

Это лишь один из способов. Линия, отсекающая четырехугольник снизу, проведена через середины сторон треугольника.

4. Таня и Коля переправляются через реку (10 мин). Коля остается заниматься своим делом, а Таня переправляется обратно через реку (еще 10 мин). На этом берегу она чистит картофель и рыбу для ухи.

Папа с рюкзаком перебирается на противоположный берег (10 мин). К этому времени Коля заканчивает свое дело и едет за Таней (10 мин). Папа занимается палаткой.

К моменту прибытия Коли Таня заканчивает свою работу — они переправляются к папе (10 мин).

Всего понадобилось 50 мин.

Школьный тур

1. Сумма чисел равна 210.

Проще вычислить так: $1+2+3\ \dots\ +18+19+20=(1+20)+$ $+(2+19)+(3+18)+\ \dots\ +(10+11)=21\cdot10=210$.

2. У сестры 6 2-копеечных монет.

3. Два арбуза разрезать пополам. Полученные половины раздать четырем детям. Далее оставшийся арбуз двумя разрезами разделить на 4 доли. Их тоже раздать. Всего понадобилось четыре разреза.

4. См. рис. 50.

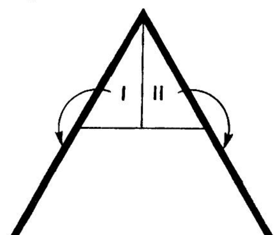


рис. 49

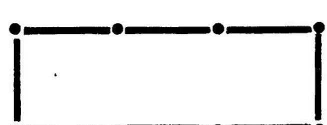


рис. 50

Районный тур

1. $285\,714 \cdot 3 = 857\,142$.

2. За 2 мин.

За 1 мин Малыш съест $600:6=100$ (г). Карлсон может съесть все варенье за $6:2=3$ (мин). Значит, он за 1 мин съест $600:3=200$ (г) варенья. Оба они могут съесть за минуту $100+200=300$ (г) варенья. Все варенье они совместно съедят за $600:300=2$ (мин).

3. Всего 90 двузначных чисел.

4. 8 треугольников.

Межрайонный тур

1. Числа 1, 2, 3.

Действительно: $1+2+3=1 \cdot 2 \cdot 3$. Задача решается подбором.

2. 64 листочка.

3. С помощью указанных монет нельзя набрать 14 коп.

4. Время движения по любому из двух путей одинаковое.

Рассмотрим рис. 51.

Сумма длин путей ДБ, ВГ, КМ равна пути АШ. Сумма длин путей БВ, ГК, МШ равна пути ДА.

Примечание. Учащиеся могут дать правильный ответ интуитивно. В таком случае было бы желательно, чтобы они догадались разбить пути ДА и АШ на отдельные участки.

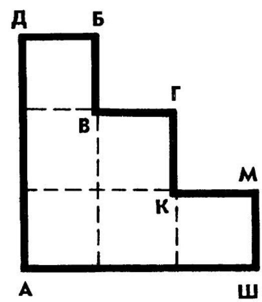


рис. 51

1989—1990 УЧЕБНЫЙ ГОД

Подготовительный (заочный) тур

1. Таня дала пять 5-копеечных монет, а продавец отдал сдачу четырьмя 3-копеечными монетами.

$$5 \cdot 5 - 3 \cdot 4 = 13.$$

2. На окружности взяли 5 точек.

3. 5 великанов.

Между числами 3 и 7 находятся числа 4, 5, 6. Число всех ударов должно делиться на 3. Значит, Добрыня Никитич нанес 5 ударов. Всех ударов палицей по великанам было $3+7+5=15$.

Следовательно, всего было $15:3=5$ (великанов).

4. $87\,912:4=21\,978$.

Дети могут подобрать делитель, испытывая различные однозначные числа, а могут найти его, записав уравнение $87\,912:x=21\,978$ и решив его. Из условия известно, что частное равно 21 978.

Школьный тур

1. Дедушке 102 года.

2. Из имеющихся монет можно составить все суммы денег от 3 коп. до 21 коп.

3. Слева направо сидят: Шарик, Федор, Матроскин, Печкин.

4. Длины отрезков 6 см и 8 см.

Районный тур

1. Всего можно составить 10 чисел.

Перечислим эти числа:

1011	1002	2001	3000
1101	1020	2010	
1110	1200	2100	

2. Минутная стрелка движется в 12 раз быстрее часовой стрелки.

За 1 ч минутная стрелка совершит полный оборот, пройдя 12 часовых промежутков циферблата. В это время часовая стрелка пройдет один такой промежуток. Следовательно, минутная стрелка движется в 12 раз быстрее часовой стрелки.

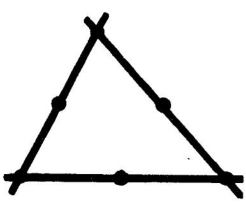


рис. 52

3. Переправляются оба сына. Один сын остается на берегу, а другой переправляется к папе, отдает ему лодку и остается на этом берегу. Папа один переправляется на противоположный берег. Затем сын плывет обратно за своим братом и они вместе возвращаются к папе.

4. На рис. 52 показан один из возможных способов решения.

Межрайонный тур

1. Команду можно составить четырьмя способами.

Каждую команду в 3 человека можно составить, удаляя из 4 лыжников одного из них.

2. А=7, Б=4.

Используя таблицу умножения, ищем число, которое при умножении на 3 дает в произведении число, последняя цифра которого 1. Из однозначных чисел таким является число 7.

Отсюда произведение 731.

731 : 17 = 43, т. е. Б=4.

3. См. рис. 53.

4. Выливая дважды 3 литра воды в 5-литровый бидон, получаем в 3-литровой банке 1 л воды. Освободив бидон от воды, выливаем в него 1 л воды и затем добавляем 3 л.

Возможен и другой способ. Наполним бидон и нальем 3 л воды в банку. Тогда в бидоне останется 2 л воды. Освободим банку и наль-

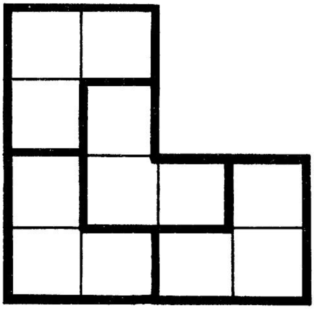


рис. 53

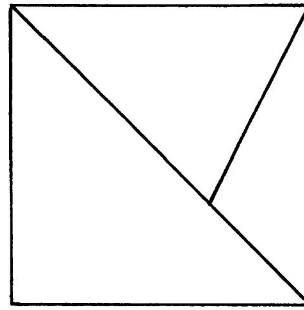


рис. 54

ем в нее эти 2 л воды. Снова наполним бидон и дольем в банку 1 л. В бидоне останется 4 л воды.

РЕЗЕРВНЫЙ КОМПЛЕКТ ЗАДАЧ НА 1990—1991 УЧЕБНЫЙ ГОД

1. См., например, рис. 54.

2. А=6.

3. 4 раза.

4. Сначала переправляется один путешественник и тот разбойник, у которого здоровая рука. Разбойник остается на берегу, а путешественник возвращается за своим товарищем. Далее на лодке возвращается разбойник за другим разбойником.

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕЧАНИЯ, УКАЗАНИЯ К ЗАДАЧАМ, ПРЕДЛАГАВШИМСЯ НА ОЛИМПИАДАХ

(Решения для учителя)

1984—1985 УЧЕБНЫЙ ГОД

Школьный тур

1. Учащиеся решают задачу подбором, но, по нашему мнению, учитель должен уметь составлять подобные задачи и при этом быть уверенным, что они всегда имеют решение, и притом единственное, уметь находить это решение. Покажем это на примере массы, равной 47 г.

Переведем число 47 в систему счисления, основание которой 3. Затем выполним тождественные преобразования.

```
 47 |3
-3   ---
 --   15 |3
 17  -15  ---
-15  ---   5 |3
 ---   0  -3  ---
  2       ---  1
            2
```

Последнее частное и остатки составляют запись числа 47 в троичной системе счисления:

$$47=1202_{(3)}=1\cdot 3^3+2\cdot 3^2+2=3^3+(3-1)\cdot 3^2+(3-1)=3^3+$$
$$+3^3-3^2+3-1=2\cdot 3^3-3^2+3-1=(3-1)\cdot 3^3-3^2+3-1=3^4-$$
$$-3^3-3^2+3-1=81-27-9+3-1.$$

Таким образом, $47=81-27-9+3-1$.

Из этого истинного числового равенства следует другое истинное числовое равенство: $47+1+9+27=3+81$, которое выражает решение задачи.

Данное число (например, 47) всегда и единственным образом можно записать в троичной системе счисления. Тождественные преобразования тоже всегда выполнимы и однозначны.

Следовательно, задача всегда имеет решение, и притом единственное.

К данной задаче можно вернуться на факультативных занятиях в старших классах.

4. Если на прямой n точек, то количество отрезков, которые определяют попарно взятыми точками, равно $C_n^2=\frac{n(n-1)}{2}$.

1985—1986 УЧЕБНЫЙ ГОД

Межрайонный тур

4. Пусть стороны прямоугольника x см и y см.
Тогда получим систему: $\begin{cases} xy=12 \\ 2(x+y)=26 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy=12 \\ x+y=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=13-x \\ x(13-x)=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=13-x \\ x^2-13x+12=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=13-x \\ (x_1=1) \text{ или } (x_2=12) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=12 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x=12 \\ y=1 \end{cases}$$

Стороны прямоугольника 12 см и 1 см.

1986—1987 УЧЕБНЫЙ ГОД

Школьный тур

1. Позднее, при разборе задачи на занятии кружка, полезно поэкспериментировать следующим образом. Пусть учащиеся А, Б, В, Г, (в эксперименте это могут быть имена) обмениваются рукопожатиями. Сначала А жмет руки другим детям и отходит в сторону — рукопожатий 3. Для Б — 2 рукопожатия. Наконец, для В и Г — 1 рукопожатие.

Всего рукопожатий: $3+2+1=6$.

Эту идею подсчета можно попробовать и для 5 учащихся. Рукопожатий будет 10.

Число всех рукопожатий для n человек равно $(n+1)+(n+2)+$

$$+\ldots+2+1=\frac{n(n-1)}{2}.$$

К классу задач, имеющих ту же математическую основу, относятся задачи на подсчет числа: отрезков, которые определяются попарно взятыми точками из n точек на прямой (1984/85 учебный год, школьный тур, задача 4); отрезков, соединяющих попарно взятые точки из n точек на окружности; шахматных партий для n шахматистов, которые играют по 1 разу с остальными шахматистами, и другие.

Межрайонный тур

2. Уравнение $\frac{12}{x}=7-x \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-7x+12=0 \\ x\neq 0 \end{cases}$ $x_1=3$, $x_2=4$.

Отсюда $\{3;\ 4\}$ — множество корней уравнения.

1987—1988 УЧЕБНЫЙ ГОД

Подготовительный (заочный) тур

4. Для n детей на скамейке число всех перестановок равно $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots n$. Для нашей задачи: $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$.

Межрайонный тур

4. Для любых трех различных цифр a, b, c, отличных от 0, получается 6 двузначных чисел: $\overline{ab}$, $\overline{ac}$, $\overline{ba}$, $\overline{bc}$, $\overline{ca}$, $\overline{cb}$. Их сумма: $(10a+b)+$ $+(10a+c)+(10b+a)+(10b+c)+(10c+a)+(10c+b)=22a+22b+$ $+22c=22(a+b+c)$.

В нашем случае $a+b+c=1+2+3=6$, поэтому сумма всех чисел $22 \cdot 6 = 132$.

1988—1989 УЧЕБНЫЙ ГОД

Подготовительный (заочный) тур

3. В полученной фигуре, строго говоря, надо доказать, что углы при нижнем основании являются тоже прямыми. Но на этом этапе можно ограничиться интуитивным уровнем. Правда, можно спросить детей, почему эти углы прямые. А затем объяснить им, что ответ на этот вопрос они получат в следующих классах, на уроках геометрии.

Это же замечание справедливо и для некоторых других задач на разрезание: 1985/86 учебный год, школьный тур, задача 4; 1987/88 учебный год, районный тур, задача 4 и другие.

1989—1990 УЧЕБНЫЙ ГОД

Подготовительный (заочный) тур

1. Учащиеся могут решить задачу подбором. Учителю начальных классов важно уяснить, почему в условие задачи ввели ограничения: пятаков больше, чем 3-копеечных монет. И действительно ли должно быть одно решение задачи?

Пусть x — число пятаков, y — число 3-копеечных монет. Тогда

$$5x-3y=13 \Leftrightarrow y=\frac{5x-13}{3} \Leftrightarrow y=(2x-4)-\frac{x+1}{3}.$$

Учтем условия $y>0$ и $y<x$, т. е.

$$\left|\begin{array}{l} \frac{5x-13}{3}>0 \\ \frac{5x-13}{3}<x \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} x>2{,}6 \\ x<6{,}5 \end{cases} \Leftrightarrow 2{,}6<x<6{,}5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3{,}6<x+1<7{,}5 \Leftrightarrow 1{,}2<\frac{x+1}{3}<2{,}5.$$

Так как $\frac{x+1}{3}$ — целое число, то $\frac{x+1}{3}=2$ (в промежутке $(1{,}2;\ 2{,}5)$ находится единственное целое число: 2). Следовательно, $x=5$, $y=4$.

2. Дети могут непосредственно подсчитать число точек, пользуясь рисунком.

Если n — число точек на окружности, то число прямых $\frac{n(n-1)}{2}$. Решая уравнение $\frac{n(n-1)}{2}=10 \Leftrightarrow n^2-n-20=0$, получим два корня:

$n_1=-4$, $n_2=5$.

Положительный корень и показывает число точек на окружности.

РЕЗЕРВНЫЙ КОМПЛЕКТ ЗАДАЧ 1990—1991 УЧЕБНЫЙ ГОД

2. К этой задаче можно вернуться в старших классах: $\overline{9\text{A}}:\overline{1\text{A}}=$ $=\text{A} \Leftrightarrow \overline{1\text{A}}\cdot\text{A}=\overline{9\text{A}} \Leftrightarrow (10+\text{A})\ \text{A}=90+\text{A} \Leftrightarrow \text{A}^2+9\text{A}-90=0$.

Находим положительный корень: $\underline{\text{A}=6}$.

Аналогична задача для примера $\overline{7\text{A}}:\overline{1\text{A}}=\text{A}$, где $\text{A}=5$.

3. Всего получилось $32:2=16$ (отрезков). Пусть выполнено n сгибов. Тогда получим уравнение $2^n=16$, откуда $n=4$. Так что можно составить задачу, в которой число сгибов другое.

ГРАМОТЫ ПОБЕДИТЕЛЯМ (ОТВЕТЫ)

Грамота 1

1. *Ответ.* Наименьшее число ударов, которыми Иван-царевич может срубить Змею все головы и хвосты, равно 9.

Сделать это можно, например, так.

1-м и 2-м ударами Иван-царевич соответственно снесет 2 головы и 2 хвоста. Змей Горыныч станет обладателем 1 хвоста, а также 2 голов. Эти головы можно снести 3-м ударом. Останется 1 хвост.

На этот хвост придется 4-й удар, после чего у Змея Горыныча будет 2 хвоста. Следующий удар по одному из этих хвостов приведет к 3 хвостам.

6-й удар по 2 хвостам дает Змею вместо них 1 голову. 7-й удар по оставшемуся хвосту дает Змею 2 хвоста. Если эти хвосты срубить 8-м ударом, то у Змея Горыныча окажутся 2 головы. Их останется снести 9-м ударом.

Возможны иные варианты боя, если допустить, что у Змея может быть больше 3 голов или 3 хвостов.

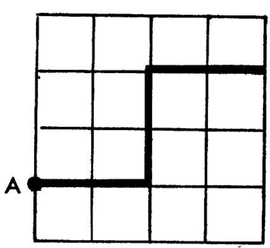


рис. 55

2. *Ответ.* Всего орехов было 18.

Если Вова отдаст 1 орех Андрею, то у Андрея и Бори, Андрея и Вовы, Бори и Вовы станет по 12 орехов, т. е. поровну (по $12:2=6$). Значит, всего у Андрея, Бори и Вовы было $6\cdot3=18$ (орехов).

3. *Ответ.* $(5+5+5+5)\cdot5$;

$$5\cdot5\cdot5-5\cdot5.$$

4. См. рис. 55.

Грамота 2

1. 20 орехов.

Обезьяна принесла столько орехов, сколько бросили друг в друга, а всего они бросили $4\cdot5=20$ (орехов).

2. См. рис. 56.

3. См. рис. 57.

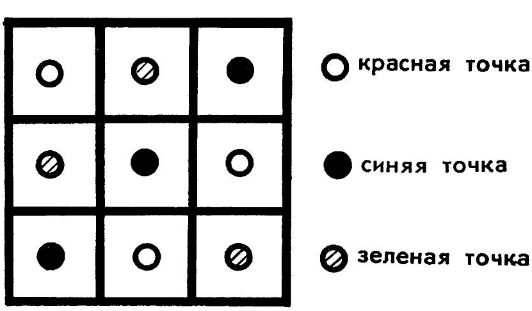


рис. 56

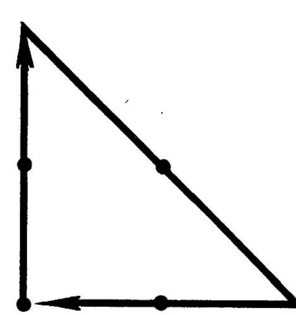


рис. 57

Грамота 3

1. Золотой ключик в зеленой коробочке.

Из надписи на синей коробочке следует, что в зеленой коробочке что-то находится. Это не змея, так как надпись на зеленой коробочке не верна. Остается принять, что там лежит золотой ключик.

2. Мальчики и девочки поймали одинаковое число рыбок.

Подбором дети находят, что 10 единственным способом представляется в виде суммы четырех различных чисел:

$$10=4+3+2+1.$$

Девочки поймали 4 и 1 рыбку, а мальчики — 2 и 3 рыбки.

3. *Ответ*. Надо сделать 8 разломов.

Например, двумя разломами получить три полоски шоколада (рис. 58). Чтобы получить отдельные доли, понадобится еще $2 \cdot 3=6$ (разломов). Для иных вариантов тоже надо 8 разломов.

Примечание. Для прямоугольной плитки шоколада, состоящей из $a \cdot b$ квадратных долей, надо сделать $a \cdot b-1$ разломов.

Грамота 4

1. Желтая страна имеет форму кольца. К наружной границе примыкает Великая пустыня. К внутренней границе — Голубая, Фиолетовая, Розовая страны. Изумрудный город расположен в центре (рис. 59).

2. Подбором находим сумму трех различных чисел, равную 12:

$$6+5+1=12;$$
$$6+4+2=12;$$
$$5+4+3=12.$$

Других сумм трех различных чисел, равных 12, не существует (каждое слагаемое из чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6).

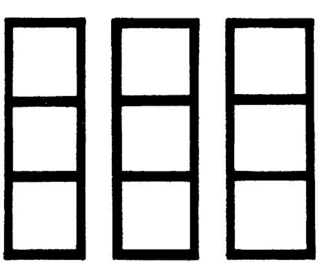


рис. 58

рис. 59

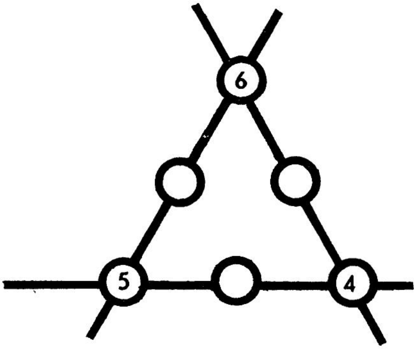


рис. 60

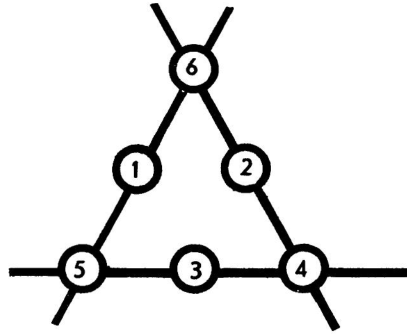


рис. 61

Числа 6, 5, 4 и в этих суммах участвуют дважды. Тогда их надо расположить в крайних (угловых) кружках (рис. 60). В средних кружках останется расположить числа 3, 2, 1 так, чтобы каждая сумма равнялась бы 12. Это сделать нетрудно (рис. 61).

3. *Ответ*. Начинающий игру первым ходом должен взять 2 карандаша.

Если соперник возьмет 1 карандаш, то начинающий в ответ возьмет 3 карандаша; если соперник возьмет 2 карандаша, то начинающий в ответ возьмет 2 карандаша; если соперник возьмет 3 карандаша, то начинающий в ответ возьмет 1 карандаш. Во всех этих случаях сопернику остается взять 1 (последний) карандаш, т. е. он проигрывает.

Грамота 5

1. См. рис. 62.

2. Пример на умножение:

$$\begin{array}{r} \times\begin{array}{r}315\\41\end{array} \\ \hline +\begin{array}{r}315\\1260\end{array} \\ \hline 12915 \end{array}$$

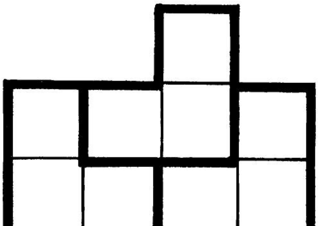


рис. 62

6	1	8
7	5	3
2	9	4

рис. 63

3. Мудрец рассуждал так:

«Если бы на мне был черный колпак, то другой мудрец, увидев его, немедленно догадался бы, что на нем белый колпак (два остальных белые!) и сразу бы сообщил об этом. Но он молчит. Значит, на мне белый колпак».

Грамота 6

1. См. рис. 63.

2. *Ответ.* Моська всего пробежала 10 км.

Моська двигалась в 10 раз быстрее слона. Значит, она за это время пробежала в 10 раз больше слона, т. е. $1 \cdot 10 = 10$ (км).

3. Один из квадратов будет иметь площадь 9 см^2, а другой 4 см^2.

Десять задач

1. *Ответ.* Да, достаточно.

Берем любой ключ и пробуем его поочередно к каждому из первых двух чемоданов.

Возможны случаи:

а) Ключ не подходит к чемоданам. Тогда он от третьего чемодана. Второй ключ пробуем к одному из оставшихся двух чемоданов. Если ключ не подходит к этому чемодану, то он от другого чемодана.

б) Ключ подходит к одному из чемоданов. Тогда следующей пробой определяем, от какого чемодана другой ключ.

Оставшийся ключ — от последнего чемодана.

2. *Ответ.* Дедушка Коли родился 29 февраля 1920 года.

Дело в том, что 29 февраля бывает лишь один раз в 4 года — в високосный год (год считают високосным, если его номер делится без остатка на 4). Дедушке Коли в 1988 году исполнилось $4 \cdot 17 = 68$ (лет). Он родился в $1988 - 68 = 1920$ (году).

3. 4 карася тяжелее 5 окуней.

Если положить 3 карася и 4 окуня на разные чашки весов, то чашка с карасями будет ниже чашки с окунями. 1 карась тяжелее 1 окуня. Если добавить одного карася на чашку с карасями и одного окуня на чашку с окунями, то положение чашек не изменится, т. е. 4 карася тяжелее 5 окуней.

4. Пропущенная шайба была в проигранном матче. Этот матч закончился со счетом 0:1. Других пропущенных шайб нет. Значит, ничейный матч закончился со счетом 0:0. Выигранный матч закончился со счетом 3:0.

5. Колодец выгоднее вырыть возле среднего дома.

Если вырыть колодец возле крайнего дома, то сумма всех расстояний до остальных домов равна: $10 + 20 + 30 + 40 = 100$ (м).

Если вырыть колодец возле второго с краю дома, то сумма всех расстояний до остальных домов равна $10 + 10 + 20 + 30 = 70$ (м).

Если вырыть колодец возле среднего дома, то сумма всех расстояний до остальных домов равна $(10 + 20) \cdot 2 = 60$ (м).

Сравнивая суммы, получим ответ.

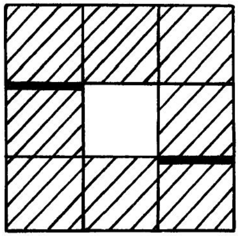


рис. 64

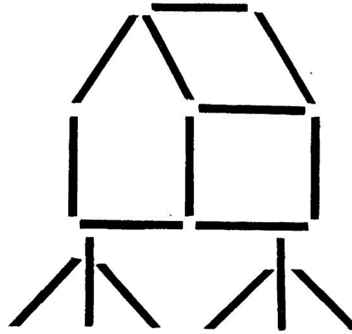


рис. 65

6. Да, всегда найдется не менее семи одинаковых монет.

В коробке монеты 4 видов. Если одинаковых монет по 6, то их всего 24. Но монет 25. Значит, по крайней мере одна монета встретится не менее 7 раз.

7. *Ответ.* См., например, рис. 64.

8. Знаки сложения можно поставить так:

$1+2+3+4+5+67+8+9=99$;

$12+3+4+56+7+8+9=99$;

$1+23+45+6+7+8+9=99$.

9. *Ответ.* Нет, нельзя.

Каждый из прямоугольников состоит из двух клеток разных цветов. Следовательно, всех клеток двух цветов должно быть равное количество.

Но квадратная доска содержит 13 и 12 клеток разных цветов ($25=13+12$). Значит, доску нельзя разрезать на прямоугольники из двух клеток.

10. См. рис. 65.

Уважаемые организаторы олимпиады!

В данной книге мы предлагаем вашему вниманию приложение: «Грамоты победителям», которые можно вручить детям или, использовав в качестве образца, отпечатать в местной типографии. Так же можно поступить и с «Подарком победителю» в виде самодельной миниатюрной книжечки.

Наш опыт показал, что дети очень гордятся и радуются, получая подобную награду. Она — символ победы и стимул для дальнейшей работы, а поэтому надо заранее позаботиться о том, чтобы отметить победителей и поощрить их.

А наградой учителю будет радость его учеников, добившихся хороших результатов.

Желаем успехов!

Литература

1. *Гарднер Мартин.* Математические досуги.— М.: Мир, 1972.
2. *Гельфанд М. Б., Павлович В. С.* Внеклассная работа по математике в 8-летней школе.— М.: Просвещение, 1965.
3. *Дышинский Е. А.* Игротека математического кружка.— М.: Просвещение, 1972.
4. *Дьюдени Г. Э.* 520 головоломок.— М.: Мир, 1975.
5. *Еленский Щ.* По следам Пифагора.— М.: Детгиз, 1961.
6. *Кордемский Б. А.* Математическая смекалка.— М.: Физматгиз, 1963.
7. *Лойд Сэм.* Математическая мозаика.— М.: Мир, 1980.
8. *Мазаник А. А.* Реши сам.— Минск: Народная асвета, 1980.
9. *Михайлов И. И.* Занимательные задачи // Начальная школа.— 1986.— № 6.— С. 32.
10. *Нагибин Ф. Ф., Канин Е. С.* Математическая шкатулка.— М.: Просвещение, 1988.
11. *Раков А. Ф., Розенберг А. Я.* Математические олимпиады учащихся: I—III классы // Начальная школа.— 1983.— № 6.— С. 61.
12. *Русанов В. Н.* О пропаганде математических знаний // Математика в школе.— 1973.— № 4.— С. 71.
13. *Русанов В. Н.* Математическая олимпиада для III класса // Начальная школа.— 1986.— № 6.— С. 23.
14. *Русанов В. Н.* Занимательные задачи сказочного характера // Начальная школа.— 1987.— № 5.— С. 33.
15. *Русанов В. Н.* Задачи, связанные с квадратом // Начальная школа.— 1990.— № 6.
16. *Труднев В. П.* Внеклассная работа по математике в начальной школе.— М.: Просвещение, 1975.

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

Русанов Владимир Николаевич

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОЛИМПИАДЫ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

Зав. редакцией *Ж. П. Данилова*
Редактор *Л. В. Антонова*
Художник *В. И. Тильман*
Художественный редактор *Е. К. Михальская*
Технические редакторы *Г. В. Субочева, Л. М. Абрамова*
Корректор *О. Н. Леонова*

ИБ № 12818

Сдано в набор 11.10.89. Подписано к печати 04.07.90. Формат $60 \times 90^{1}/_{16}$. Бум. офс. № 2. Гарнит. литерат. Печать офсет. Усл. печ. л. 5+1 вкл. Усл. кр.-отт. 9,25. Уч.-изд. л. 4,60+0,83 вкл. Тираж 400 000 экз. Заказ 2293. Цена 30 к.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Просвещение» Государственного комитета РСФСР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 129846, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Смоленский полиграфкомбинат Госкомиздата РСФСР. 214020, Смоленск, ул. Смольянинова, 1.

**В издательстве «Просвещение» в 1991 г.
выйдет книга И. В. Липсица
«Удивительные приключения в стране Экономика»**

Можно ли увлекательно рассказать юному читателю об экономике?

Трудная задача, скажут многие.

Да, трудная, но решаемая. Это доказывает книга Игоря Липсица «Удивительные приключения в стране Экономика», которая сейчас готовится к изданию.

Экономике нужно учить буквально «с младых ногтей», об этом говорят много, но пока безуспешно. Чтобы наши дети были счастливее своих родителей, надо уже сейчас преобразовывать общество, в котором мы живем. А им — детям — уже сейчас необходимо понимать смысл всех этих преобразований. Какой бы ни была новая общеобразовательная школа, она немыслима без предмета, закладывающего научные и экономические основы нового общества.

Предлагаемая книга написана в форме живого диалога отца и дочери, совместно разгадывающих загадки, которые задает им компьютер по ходу их знакомства с законами жизни страны Экономика. Эта книга, практически не имеющая аналогов, представляет собой занимательную экономическую энциклопедию для детей. Она может быть использована как основа школьного курса по экономике для детей младшего школьного возраста.

4 Три матча

Хоккейная команда провела три матча, забив в ворота противника всего 3 шайбы и пропустив 1 шайбу. Один из матчей она выиграла, другой свела вничью, а третий проиграла.

С каким счётом закончился каждый матч?

2 Назови дату

Дедушка Коли празднует каждый свой день рождения. В 1988 году он отпраздновал 17-й раз день своего рождения. Когда родился дедушка Коли?

8 Поставь знаки

Между некоторыми цифрами 1 2 3 4 5 6 7 8 9 поставь знаки сложения так, чтобы получилось 99. Найди три способа решения.

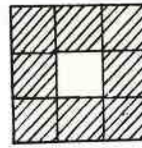
6 Семь одинаковых монет

В коробочке 25 медных монет четырёх видов: 1-копеечные, 2-копеечные, 3-копеечные, 5-копеечные.

Есть ли среди них семь одинаковых монет?

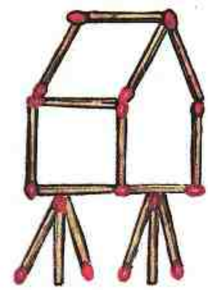
7 Разрежь фигуру

Разрежь эту фигуру на две равные части так, чтобы из них можно было составить прямоугольник.



10 Поверни избушку

Из спичек составлена избушка на курьих ножках. Как надо переложить две спички, чтобы избушка повернулась другой стороной?

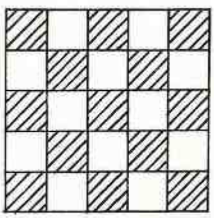


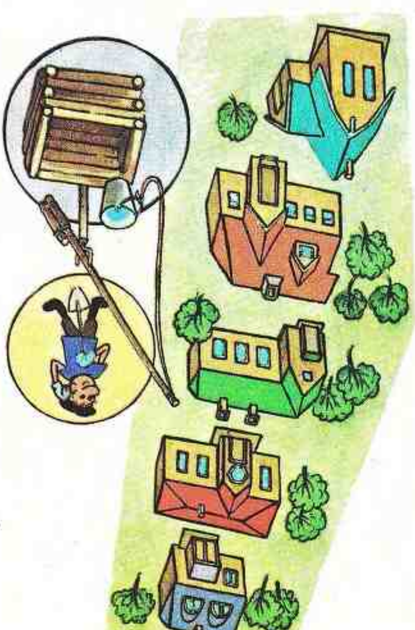
5 Где вырыть колодец?

Вдоль дороги расположены 5 домов. Расстояние между каждыми двумя соседними домами равно 10 м. Возле какого дома надо вырыть колодец, чтобы сумма расстояний от колодца до домов была как можно меньше? Чему равно это расстояние?

9 Можно ли разрезать?

Квадратная доска разбита на 25 клеток двух цветов. Можно ли всю эту доску разрезать на прямоугольники, состоящие из двух клеток разных цветов?





1 Ключи и чемоданы

Имеется 3 ключа от трёх чемоданов с разными замками.

Достаточно ли трёх проб, чтобы подобрать ключи к чемоданам?

3 Караси и окуни

3 одинаковых карася тяжелее, чем 4 одинаковых окуня.

Что тяжелее: 4 карася или 5 окуней?

СЧИТАЙ, СМЕКАЙ, ОТГАДЫВАЙ

ЗАДАЧА 1

Собрался Иван-царевич на бой со Змеем Горынычем, трехглавым и треххвостым. «Вот тебе меч-кладенец,— говорит ему Баба Яга.— Одним ударом ты можешь срубить Змею либо одну голову, либо две головы, либо один хвост, либо два хвоста. Запомни: срубишь голову — новая вырастет, срубишь хвост — два новых вырастут, срубишь два хвоста — голова вырастет, срубишь две головы — ничего не вырастет». За сколько ударов Иван-царевич может срубить Змею все головы и хвосты?

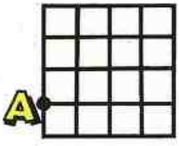
ЗАДАЧА 2

У Андрея и Бори вместе 11 орехов, у Андрея и Вовы — 12 орехов, у Бори и Вовы — 13 орехов. Сколько всего орехов у Андрея, Бори и Вовы вместе?

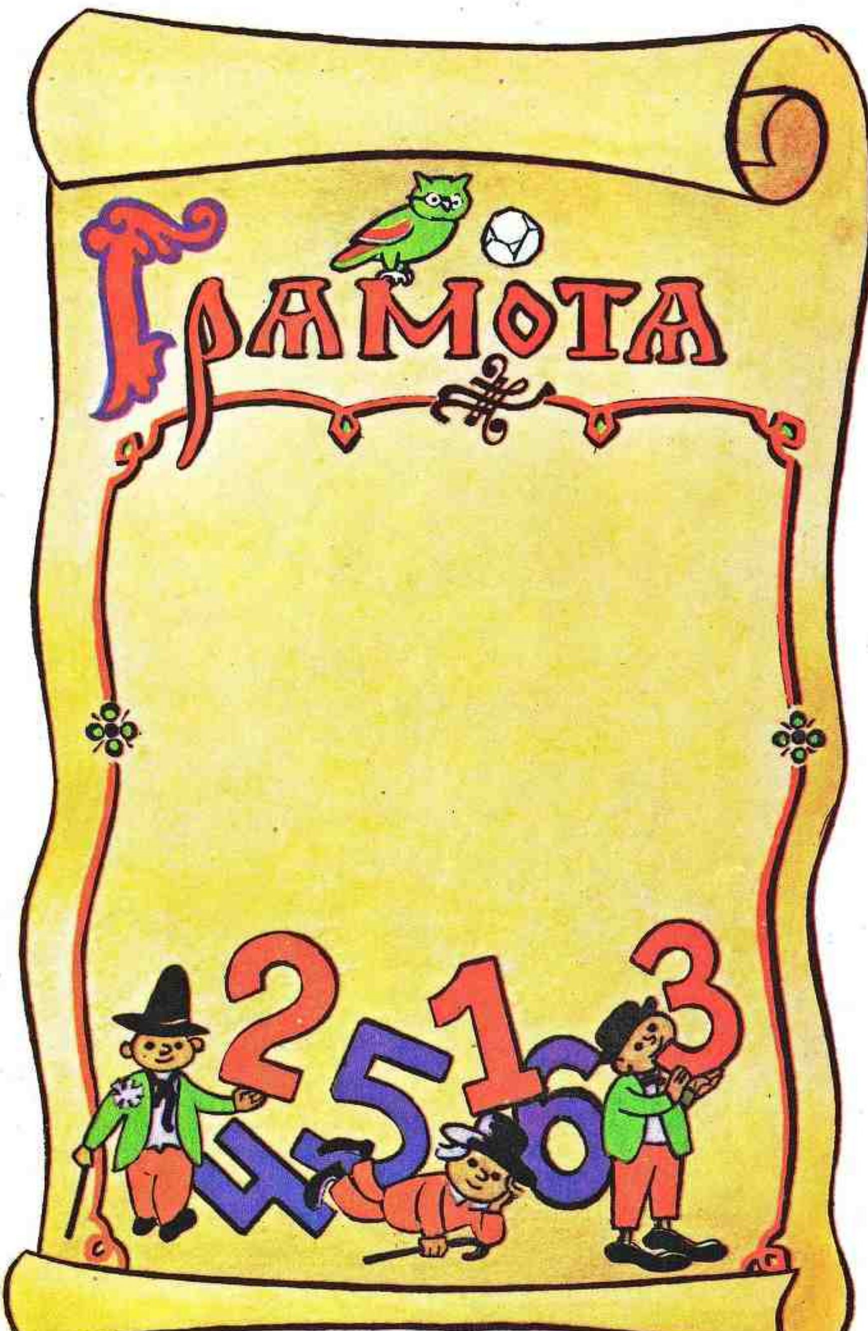
ЗАДАЧА 3

Как с помощью пяти цифр 5 и знаков действий записать число 100?

ЗАДАЧА 4



Квадрат разрезали по ломаной линии, состоящей из трех равных отрезков. Начало разреза в точке А. Получили две равные фигуры. Как это сделали?


Грамота
2 5 1 6 3 4

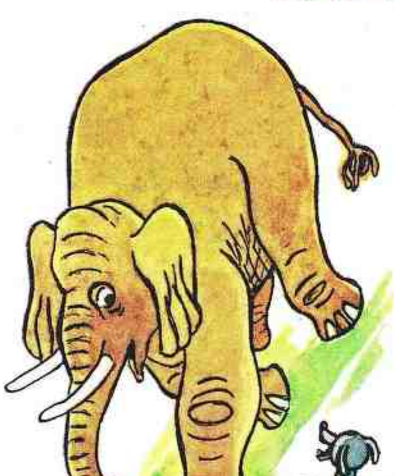
СЧИТАЙ, СМЕКАЙ, ОТГАДЫВАЙ

ЗАДАЧА 1

	1	
		3
2		

Квадрат разделён на 9 клеток. В трёх из них поставлены числа 1, 2, 3. Расставь в свободных клетках числа 4, 5, 6, 7, 8, 9 так, чтобы сумма чисел в каждом столбце и каждой строке равнялась 15.

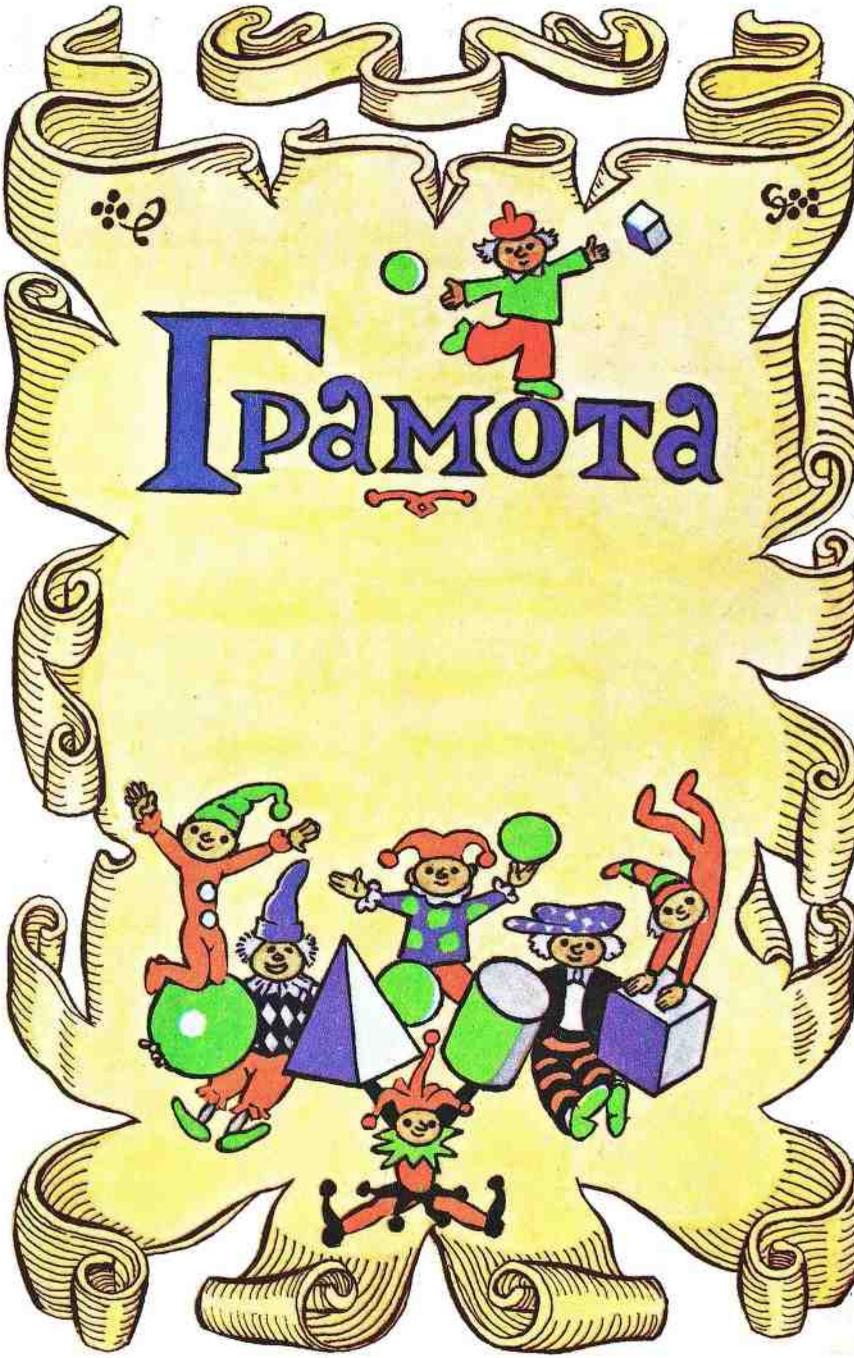
ЗАДАЧА 2



Из зоопарка на пристань, расстояние между которыми 1 км, повели Слона. В этот же момент от пристани навстречу Слону выбежала Моська. Она добежала до Слона, тявкнула на него и побежала обратно на пристань, затем повернула обратно и т. д., пока Слон не пришёл на пристань. Моська двигалась в 10 раз быстрее Слона. Сколько всего километров пробежала Моська?

ЗАДАЧА 3

Как из 13 одинаковых квадратов со стороной 1 см составить два квадрата?

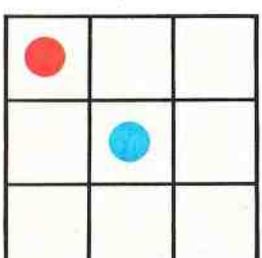

Грамота

СЧИТАЙ, СМЕКАЙ, ОТГАДЫВАЙ

ЗАДАЧА 1

Маугли попросил пятерых обезьян принести ему орехи. Обезьяны набрали орехов поровну и понесли Маугли. По дороге они поссорились и каждая обезьяна бросила в каждую по ореху. В результате они принесли орехов вдвое меньше, чем собрали. Сколько орехов получил Маугли?

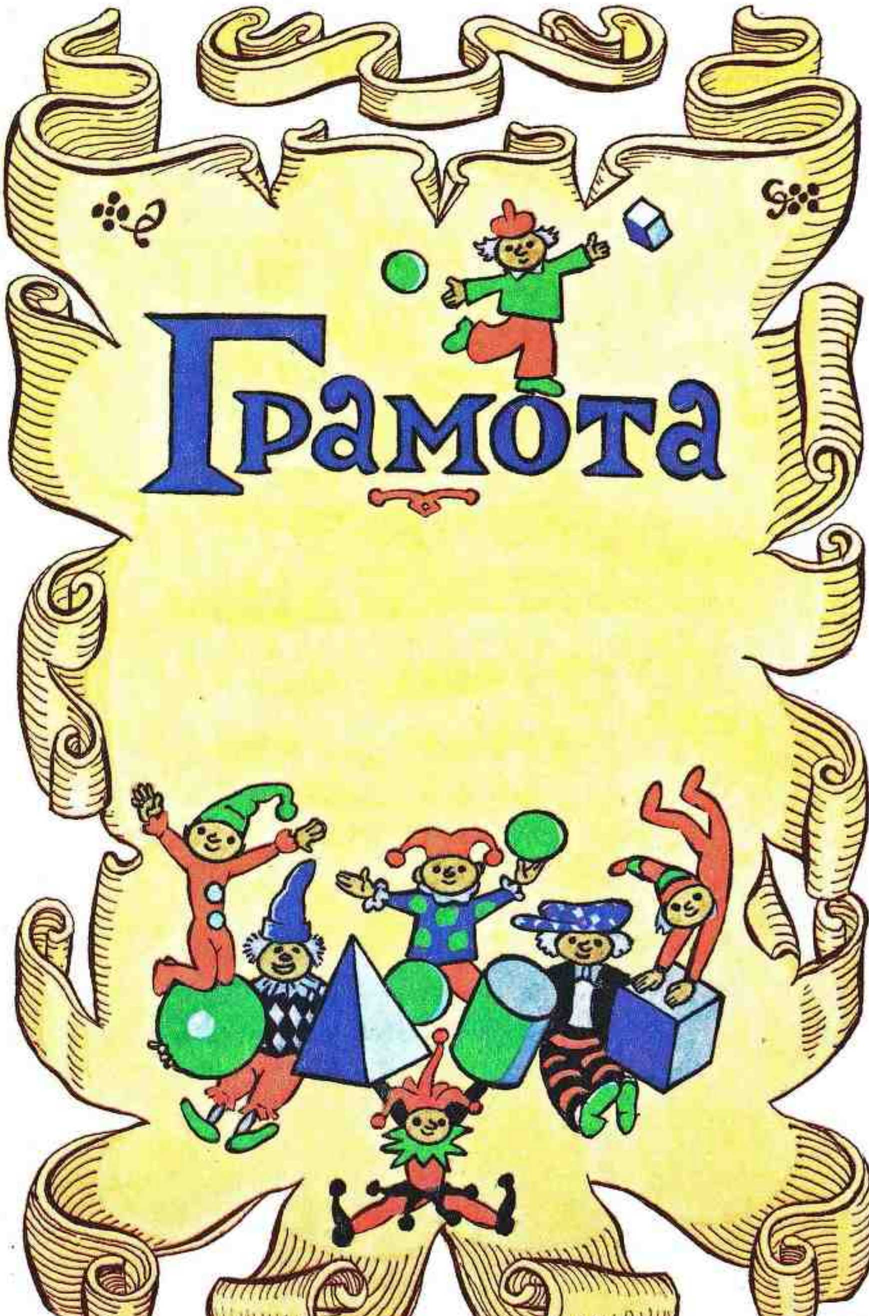
ЗАДАЧА 2



Квадрат разделён на 9 клеток. В двух из них поставлены красная и синяя точки. Расположи в каждой из остальных клеток квадрата по одной из точек либо красного, либо синего, либо зелёного цвета, но так, чтобы в каждом столбце и каждой строке были точки разного цвета.

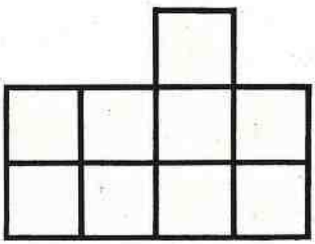
ЗАДАЧА 3

Как тремя отрезками, не отрывая карандаша от бумаги, перечеркнуть все точки? Началом 1-го отрезка и концом 3-го отрезка является точка A.


Грамота

Считай, смекай, отгадывай

Задача 1



Из 9 одинаковых квадратов составили фигуру. Разрежь её на три части равной площади.

Задача 2

```
 × * * 5
     4 *
 -------
   3 * *
 * 2 * *
 -------
 1 * * * *
```

Догадайся, какие цифры надо подставить вместо звёздочек.

Задача 3

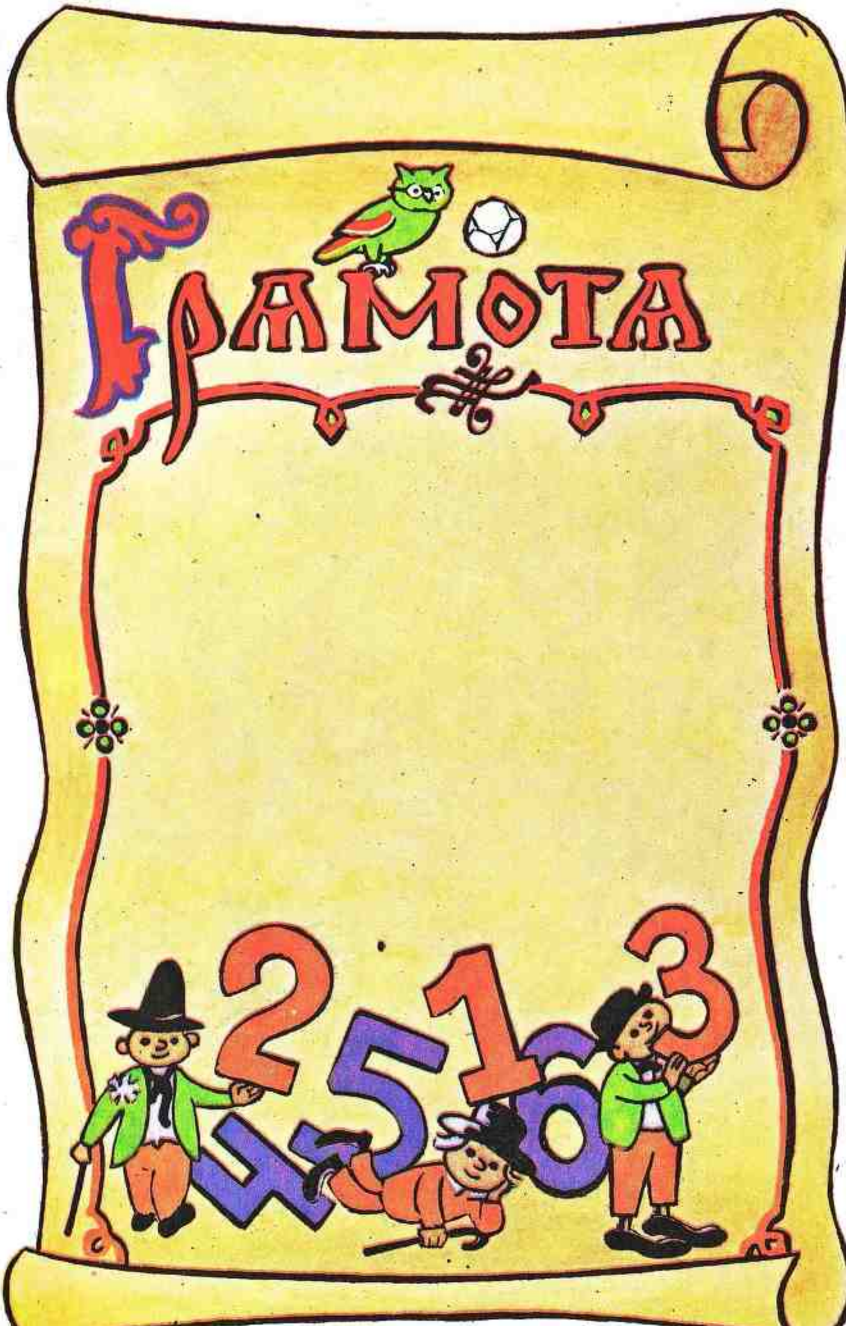
Некий владыка, желая испытать двух мудрецов, сказал им:

— Перед вами три колпака: один чёрный и два белых.

Вам наденут по колпаку. Мне интересно знать, кто из вас первым догадается, какого цвета на нём колпак.

После этого мудрецов увели в тёмную комнату и там надели на их головы по белому колпаку. Затем мудрецов привели обратно. Долго они смотрели друг на друга. Наконец, один из них воскликнул: «На мне белый колпак!»

Как рассуждал этот мудрец?

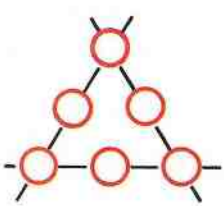

Грамота

СЧИТАЙ, СМЕКАЙ, ОТГАДЫВАЙ

ЗАДАЧА 1

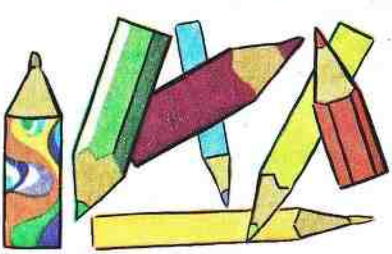
Волшебная Страна состоит из пяти частей: Розовой страны, Жёлтой страны, Голубой страны, Фиолетовой страны и Изумрудного города. Голубая, Фиолетовая и Розовая страны имеют общую границу с остальными четырьмя частями. Жёлтая страна и Изумрудный город не имеют между собой общей границы. Интересно, что Жёлтая страна со всех сторон окружена Великой пустыней, отделяющей Волшебную Страну от остального мира. Нарисуй, как расположены различные части Волшебной Страны.

ЗАДАЧА 2

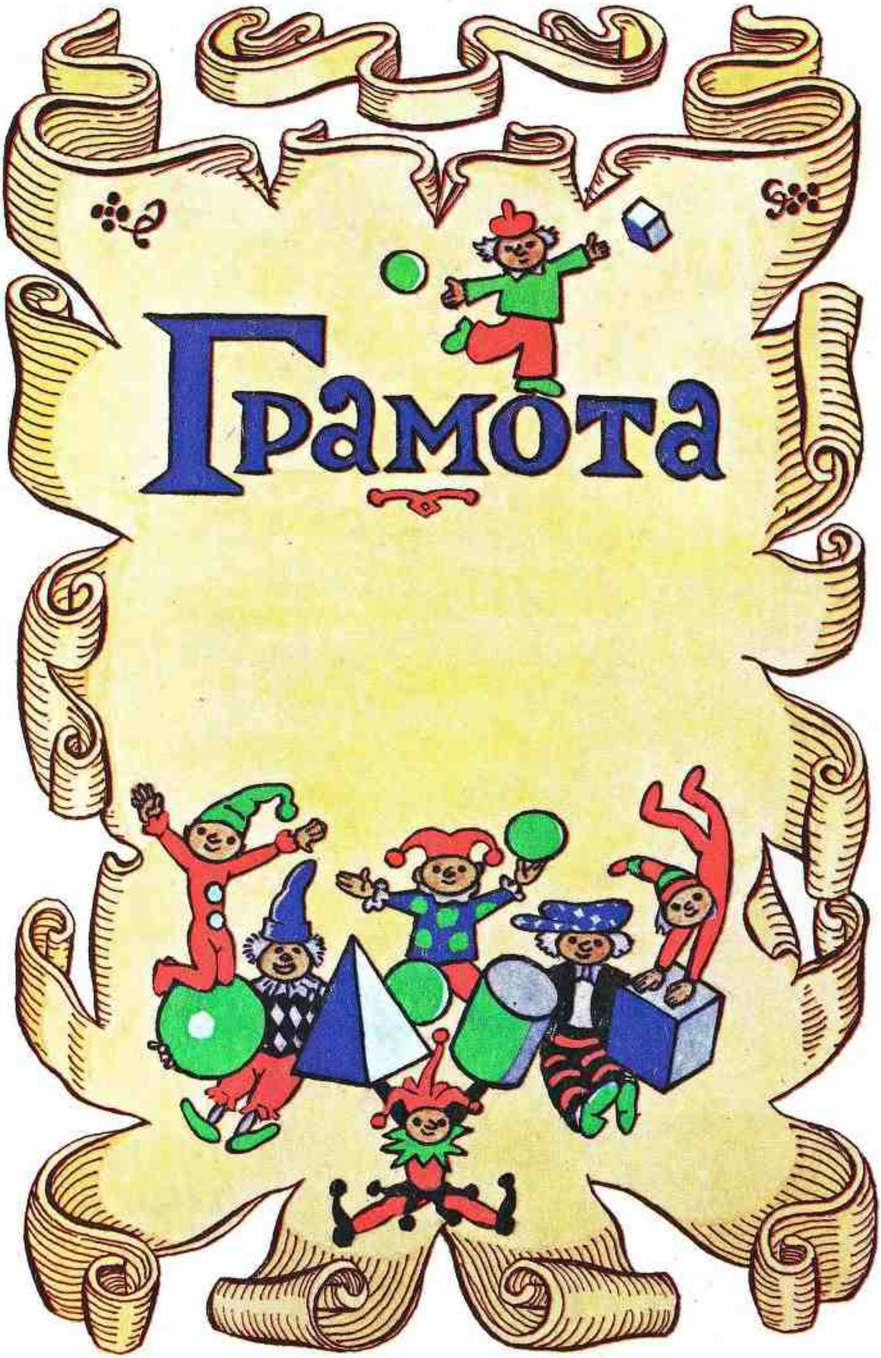


Расставь числа 6, 5, 4, 3, 2, 1 в кружках так, чтобы сумма чисел вдоль каждой прямой равнялась 12.

ЗАДАЧА 3



На столе лежат 7 карандашей. Двое играющих берут по очереди 1, 2 или 3 карандаша, проигрывает тот, кто вынужден будет взять последний карандаш. Как должен играть начинающий, чтобы выиграть?


Грамота

СЧИТАЙ, СМЕКАЙ, ОТГАДЫВАЙ

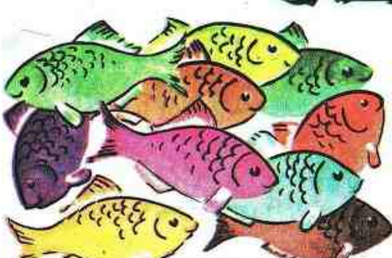
ЗАДАЧА 1

Говорят, что Тортила отдала золотой ключик Буратино не так просто, как рассказал А. Н. Толстой, а совсем иначе. Она вынесла три коробочки: красную, синюю и зелёную. На красной коробочке было написано: «Здесь лежит золотой ключик», на синей — «Зелёная коробочка пуста», а на зелёной — «Здесь сидит змея».

Тортила прочла надписи и сказала: «Действительно в одной коробочке лежит золотой ключик, в другой — змея, а третья — пуста, но все надписи неверны. Если отгадаешь, в какой коробочке лежит золотой ключик, он — твой».

Где же лежит золотой ключик?

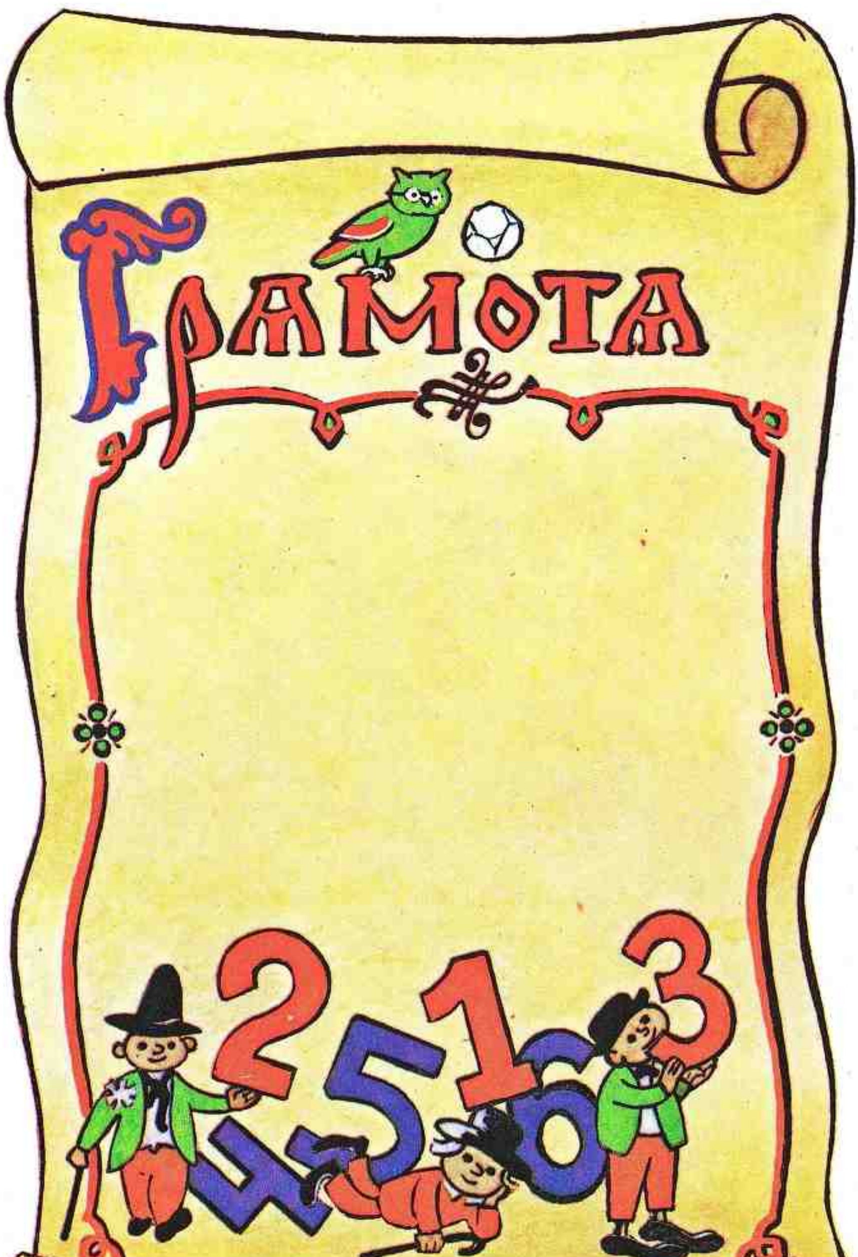
ЗАДАЧА 2



Аня, Боря, Вера и Гена всего поймали 10 рыбок, причем каждый из детей поймал разное количество рыбок. Аня поймала больше всех, а Вера — меньше всех. Кто поймал больше рыбок, мальчики или девочки?

ЗАДАЧА 3

Плитка шоколада имеет форму квадрата и состоит из 9 квадратных долек. Сколько разломов надо сделать, чтобы получить эти дольки отдельно? Каждый раз ломается один кусок.


Грамота

30 к.

Автор книги Русанов В. Н. — преподаватель математики Осинского педагогического училища Пермской области, отличник народного просвещения.

Владимир Николаевич — человек необычайно увлеченный, много лет занимается организацией и проведением математических олимпиад младших школьников.

Олимпиады — дело привычное, не новое, но олимпиады по математике для учащихся начальной школы — явление достаточно редкое и совсем маловероятное для детей, живущих в сельской местности, где внеклассная работа особенно значима. В. Н. Русанов уже много лет ездит по маленьким городам и поселкам и дарит детям возможность испытать радость от процесса мышления, ощутить торжество победы.

Олимпиады в понимании Русанова В. Н. — это не единовременное мероприятие в отдельно взятой школе, а целая система соревнований, которые проводятся в течение учебного года и обеспечивают равные возможности для участия всех детей, независимо от того, где они учатся: в городе, районном центре или малой деревне.