

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель председателя  
Оргкомитета республиканской олимпиады  
заместитель Министра образования  
Республики Беларусь



К.С.ФАРИНО

19 декабря 2011 г.

## LXII Белорусская математическая олимпиада школьников

III этап

9 – 12 января 2012 года

8 класс

Первый день

1. Найдите все тройки целых чисел  $(a, b, c)$ , таких, что

$$a^2b + b^2c + c^2a = 23, \quad ab^2 + bc^2 + ca^2 = 25.$$

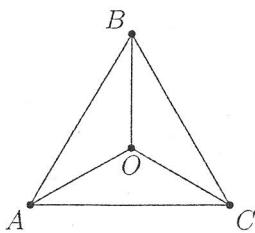
2. В 8"А" и 8"Б" классах некоторой школы вместе учатся 50 школьников, более 10 школьников в каждом классе. Подводя итоги учебы за год, директор школы заметил, что среднегодовая оценка по математике у каждого ученика 8"А" одна и та же, причем весьма высокая. В 8"Б" классе также среднегодовая оценка по математике одна та же у всех учащихся этого класса, но заметно ниже, чем в 8"А" классе. Однако, после некоторых вычислений директор обнаружил, что можно перевести несколько школьников из 8"А" класса в 8"Б" класс и столько же школьников из 8"Б" класса в 8"А" класс так, что среднегодовые оценки по математике в этих классах выровняются: средняя оценка учащихся 8"А" класса станет равна средней оценке учащихся 8"Б" класса. (Среднегодовая оценка одного или нескольких школьников определяется как сумма всех их оценок за год, деленная на количество этих оценок, т. е. не обязательно является целой.)

Определите, сколько школьников из одного класса нужно перевести в другой класс, чтобы среднегодовые оценки по математике в этих классах выровнялись.

3. Внутри треугольника  $ABC$  отмечена точка  $M$ , расстояния от которой до сторон  $AB$  и  $BC$  равны соответственно 3 и 1.

Найдите расстояние между точками  $M$  и  $C$ , если  $AB = 13$ ,  $AC = 12$ ,  $BC = 5$ .

4. Внутри треугольника  $ABC$  взята точка  $O$  и соединена отрезками с его вершинами. Около каждого из отрезков  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$ ,  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  записали по числу. Оказалось, что для каждой точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $O$  сумма чисел, которые записаны на отрезках, выходящих из этой точки, одна и та же для любой из этих точек. Известно, что около каких-то трёх отрезков записаны числа 1, 2 и 3.



Найдите числа, которые записаны около остальных трёх отрезков.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

Время работы: 4,5 часа

