**Математика**

**8 класс**

1. Десять школьников получили в библиотеке *n* книг. Известно, что есть хотя бы один школьник, который взял ровно одну книгу, хотя бы один школьник, который взял ровно две книги и хотя бы один школьник, который взял ровно три книги. Найдите минимальное значение *n*, такое что обязательно найдется школьник, который получил в библиотеке не менее 10 книг.
2. Найти все тройки различных простых чисел, произведение которых в пять раз больше, чем сумма.
3. Мальчики решили сыграть против девочек в загадки на конфеты по следующим правилам. В начале игры у каждой из команд есть по 200 конфет. Сначала девочки задают свои загадки мальчикам и за каждую разгаданную загадку отдают по одной конфете мальчикам. После того, как девочки зададут все свои заготовленные загадки или у них закончатся конфеты, команды меняются ролями и мальчики начинают задавать свои заготовленные загадки и отдавать по одной конфете за каждую разгаданную загадку. После игры оказалось, что у каждой из команд снова по 200 конфет. При этом Игорь был очень недоволен игрой, т.к. разгадал всего 5 загадок, тогда как остальные мальчики разгадали по 10 загадок каждый. В команде девочек лишь Юля разгадала 6 загадок, а все остальные девочки разгадала по 13 загадок каждая. Найдите сколько загадок суммарно разгадали мальчики, сколько – девочки, а так же, сколько было мальчиков и девочек, если известно, что в игре был момент, когда у девочек оставалось меньше 100 конфет.
4. В прямоугольном треугольнике *ABC* из прямого угла проведены высота *CH*, медиана *CM* и биссектриса *CL*. Найти величину угла *MCH*, если угол *MCL* равен 11º.
5. Доказать, что для произвольных действительных чисел *a*, *b*, *c* справедливо неравенство:

*a*2*b*2 + *b*2*c*2 + *c*2*a*2 ≥ *abc* (*a*+*b*+*c*).

**Математика**

**9 класс**

1. Пусть *a, b, c* – длины сторон треугольника. Незнайка утверждает, что уравнение имеет действительные корни. Прав ли Незнайка?
2. Существует ли натуральное число, записанное только цифрами 0 или 1, делящееся на 2017?
3. На встрече присутствовали все участники двух туристических походов (некоторые были в двух походах). В первом походе 60% участников были парнями, во втором – 75%. Доказать, что парней на встрече было не меньше чем девушек. Могло ли получиться так, что парней и девушек было поровну?
4. Какое число больше 1,000010,99999 ∙ 0,999991,00001 или 1?
5. Для выпуклого четырёхугольника *ABCD* соблюдено условие: *AB* + *CD* =  
   = *BC* + *DA*. Докажите, что окружность, вписанная в треугольник *ABC*, касается окружности, вписанной в треугольник *ACD*.

Второй этап республиканской олимпиады по учебному предмету «Математика». 2017/2018 учебный год.

**Математика**

**9 класс**

1. Пусть *a, b, c* – длины сторон треугольника. Незнайка утверждает, что уравнение имеет действительные корни. Прав ли Незнайка?
2. Существует ли натуральное число, записанное только цифрами 0 или 1, делящееся на 2017?
3. На встрече присутствовали все участники двух туристических походов (некоторые были в двух походах). В первом походе 60% участников были парнями, во втором – 75%. Доказать, что парней на встрече было не меньше чем девушек. Могло ли получиться так, что парней и девушек было поровну?
4. Какое число больше 1,000010,99999 ∙ 0,999991,00001 или 1?
5. Для выпуклого четырёхугольника *ABCD* соблюдено условие: *AB* + *CD* =  
   = *BC* + *DA*. Докажите, что окружность, вписанная в треугольник *ABC*, касается окружности, вписанной в треугольник *ACD*.

**Математика**

**10 класс**

1. В ряд выписаны а) 2017·2018; б) 2017+2018 действительных чисел. Может ли так оказаться, что сумма любых пяти подряд идущих чисел положительна, а сумма всех чисел отрицательна?
2. Существует ли натуральное число вида 2*n*-1, делящееся на 2017?
3. Точка *H* является точкой пересечения высот остроугольного треугольника *ABC*. Известно, что радиус окружности, проходящей через точки *H*, *C*, *A*, равен 2017. Найти радиусы окружностей, проходящих: первая – через точки *H*, *A*, *B*, вторая – через точки *H*, *B*, *C*.
4. Карточки пронумерованы последовательными натуральными числами от 1 до 2017. Какое наибольшее число карточек можно выбрать так, чтобы ни один из номеров не был равен сумме каких-нибудь двух других номеров карточек?
5. Доказать неравенство .

Второй этап республиканской олимпиады по учебному предмету «Математика». 2017/2018 учебный год.

**Математика**

**10 класс**

1. В ряд выписаны а) 2017·2018; б) 2017+2018 действительных чисел. Может ли так оказаться, что сумма любых пяти подряд идущих чисел положительна, а сумма всех чисел отрицательна?
2. Существует ли натуральное число вида 2*n*-1, делящееся на 2017?
3. Точка *H* является точкой пересечения высот остроугольного треугольника *ABC*. Известно, что радиус окружности, проходящей через точки *H*, *C*, *A*, равен 2017. Найти радиусы окружностей, проходящих: первая – через точки *H*, *A*, *B*, вторая – через точки *H*, *B*, *C*.
4. Карточки пронумерованы последовательными натуральными числами от 1 до 2017. Какое наибольшее число карточек можно выбрать так, чтобы ни один из номеров не был равен сумме каких-нибудь двух других номеров карточек?
5. Доказать неравенство .

**Математика**

**11 класс**

1. Какое наибольшее число коней можно поставить на шахматную доску 8Х8 так, чтобы они не били друг друга?
2. Докажите, что для любого нечетного натурального числа *m*, существует натуральное *n*, что 2*n*-1 делится на *m*.
3. Найти все трехзначные числа, сумма цифр которых уменьшается в три раза, если само число увеличить на 3.
4. Три равные окружности с центрами *O*1, *O*2, *O*3 пересекаются в одной точке. *A*1, *A*2, *A*3 – остальные точки пересечения. Доказать, что треугольники *O*1*O*2*O*3 и *A*1*A*2*A*3 равны.
5. Для любого натурального *n* доказать неравенство: .

Второй этап республиканской олимпиады по учебному предмету «Математика». 2017/2018 учебный год.

**Математика**

**11 класс**

1. Какое наибольшее число коней можно поставить на шахматную доску 8Х8 так, чтобы они не били друг друга?
2. Докажите, что для любого нечетного натурального числа *m*, существует натуральное *n*, что 2*n*-1 делится на *m*.
3. Найти все трехзначные числа, сумма цифр которых уменьшается в три раза, если само число увеличить на 3.
4. Три равные окружности с центрами *O*1, *O*2, *O*3 пересекаются в одной точке. *A*1, *A*2, *A*3 – остальные точки пересечения. Доказать, что треугольники *O*1*O*2*O*3 и *A*1*A*2*A*3 равны.
5. Для любого натурального *n* доказать неравенство: .

Решение

11 класс

1. Преобразуем уравнение к виду

Сделаем замену . Получим . Возвращаясь к замене, получим:

Ответ:

1. Ответ: 24.
2. Точки A и B удовлетворяют системе .

Значит, абсциссы точек A и B являются корнями уравнения

По теореме косинусов для треугольника AOB косинус угла AOB равен 0, значит искомый угол равен .

Ответ: .

1. Обозначим

По условию 0=

=

Поэтому возможны два случая:

1. a-3=0, a=x+y=3

Ответ: 3;-6.

1. Введем в рассмотрение три вектора . Тогда

По неравенству треугольника т. е. . Отсюда получаем равенство , из которого следует, что векторы коллинеарные. Следовательно, имеем

Ответ: