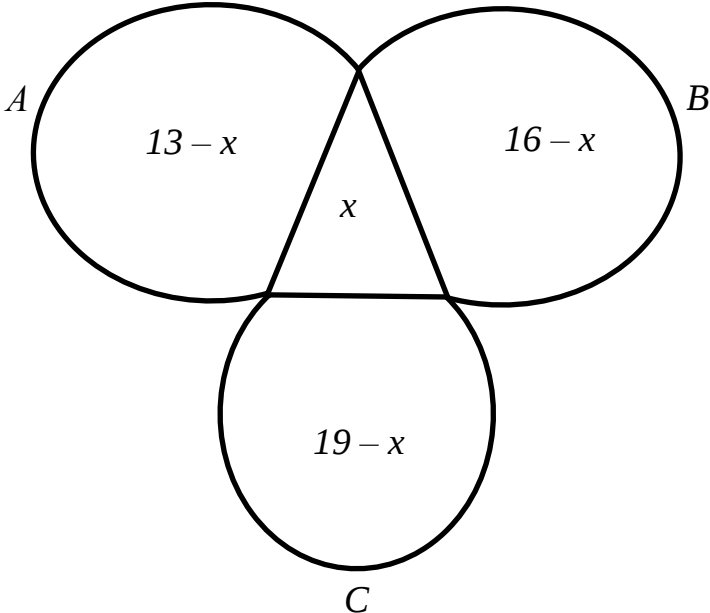
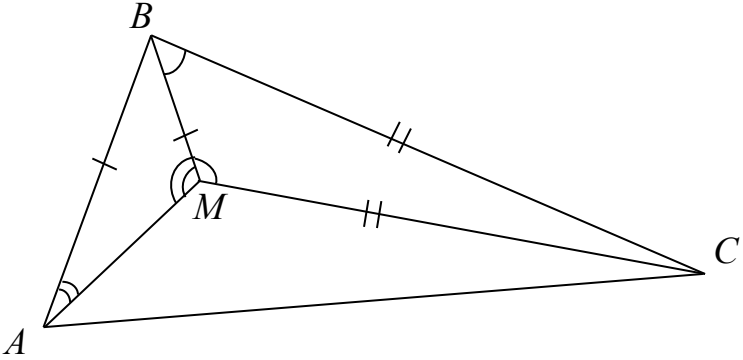


Решения заданий
II этапа республиканской олимпиады
по учебному предмету «Математика» в 2021/2022 учебном году
8 класс

Номер задания	Решение	Оценивание в баллах
8-1.	В течение недели в кинотеатре демонстрировались фильмы А, В, и С. Из 40 школьников, каждый из которых посмотрел все три фильма или один из трех, фильм А видели 13, В – 16, С – 19 школьников. Сколько школьников посмотрели все три фильма? Решение. Пусть x — количество школьников, которые видели все три фильма.  Тогда $13 - x + 16 - x + 19 - x + x = 40$. Откуда получим $x = 4$. Итак, все три фильма видели 4 школьника. <i>Ответ:</i> 4. Итого	2 балла 2 балла 4 балла
8-2.	Восстановить деление <pre> ***** ** - ***** ***** - *** ** - *** - *** - 0 </pre>	

	Решение. Двузначное число, стоящее в 4 - ой строке равно произведению делителя на 8, а так как во 2-ой и 6-ой строках стоят произведения делителя на первую и третью цифры частного и эти произведения – числа трехзначные, то первая и третья цифры частного равны 9. Поэтому частное равно 989. Так как произведение делится на 8 меньше 100, то делитель не больше 12; произведение делителя на 9 – больше 100, поэтому делитель не меньше 12. Следовательно, делитель в точности – равен 12. Остальные пропущенные цифры теперь восстанавливаются легко. <i>Ответ:</i> $11868 : 12 = 989$. Итого	3 балла 4 балла 7 баллов
8-3.	Найти значение выражения $\frac{a+b}{b+c} + \frac{b+c}{c+a} + \frac{c+a}{a+b}$, если известно, что $\frac{a-c}{b+c} + \frac{b-a}{c+a} + \frac{c-b}{a+b} = 1$? Решение. $\frac{a+b}{b+c} = \frac{a-c+c+b}{b+c} = \frac{a-c}{b+c} + \frac{c+b}{c+b} = \frac{a-c}{b+c} + 1$ $\frac{b+c}{c+a} = \frac{b-a+a+c}{c+a} = \frac{b-a}{c+a} + 1$ $\frac{c+a}{a+b} = \frac{c-b+b+a}{a+b} = \frac{c-b}{a+b} + 1$ Сложив эти три равенства получим; $\frac{a+b}{b+c} + \frac{b+c}{c+a} + \frac{c+a}{a+b} = \frac{a-c}{b+c} + 1 + \frac{b-a}{c+a} + 1 + \frac{c-b}{a+b} + 1 =$ $= 3 + \frac{a-c}{b+c} + \frac{b-a}{c+a} + \frac{c-b}{a+b} = 3 + 1 = 4$ <i>Ответ:</i> 4 Итого	1 балл 1 балл 1 балл 2 балла 5 баллов
8-4	Докажите, что для любых x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, выполняется неравенство $x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 \geq x_0 \cdot (x_1 + x_2 + x_3 + x_4).$ Решение. Перенесем все слагаемые в левую часть неравенства: $x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - x_0 \cdot (x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \geq 0 \Leftrightarrow$ $x_1^2 - x_1x_0 + \frac{1}{4}x_0^2 + x_2^2 - x_2x_0 + \frac{1}{4}x_0^2 + x_3^2 - x_3x_0 + \frac{1}{4}x_0^2 +$ $+ x_4^2 - x_4x_0 + \frac{1}{4}x_0^2 \geq 0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow (x_1 - \frac{1}{2}x_0)^2 + (x_2 - \frac{1}{2}x_0)^2 + (x_3 - \frac{1}{2}x_0)^2 + (x_4 - \frac{1}{2}x_0)^2 \geq 0.$ Поскольку последнее неравенство, очевидно, выполняется при любых x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, то при любых x_0, x_1, x_2, x_3, x_4 выполняется и исходное неравенство. <i>Ответ:</i> доказано. Итого	4 балла 2 балла 6 баллов

8-5.	Существует ли внутри треугольника ABC такая точка M, что $AB = BM$ и $BC = CM$? Решение. Предположим противное: такая точка M существует.  Тогда, очевидно, что угол AMC меньше развернутого, т.е. $\angle AMC < 180^\circ$. Поэтому $\angle AMB + \angle BMC = 360^\circ - \angle AMC > 180^\circ$. Однако из условия равнобедренности треугольника ABM ($AB = BM$) вытекает, что $\angle BAM = \angle BMA < 90^\circ$, а из равнобедренности треугольника BCM ($BC = CM$) вытекает, что $\angle CBM = \angle CMB < 90^\circ$, откуда $\angle AMB + \angle BMC < 180^\circ$. Полученное противоречие и доказывает, что требуемой точки M не существует. Ответ: не существует.	1 балла 2 балла 2 балла 1 балл
	Итого	6 баллов
	ИТОГО	30 баллов

Предлагаемые критерии

оценки выполнения заданий II этапа республиканской олимпиады по учебному предмету «Математика» в 2021/2022 учебном году

1. Каждая задача оценивается определённым количеством баллов. В решении задач предложено количество выставяемых баллов за каждый верный этап решения задачи, если методы решения данных задач совпадают. В противном случае руководствоваться пунктами 2-9.

2. За полностью решенную и оформленную задачу – предложенное количество баллов.

3. За неполное решение, при наличии ошибок и недочетов в решении и оформлении – целое число баллов от 1 до предложенного максимума баллов.

4. За принципиально неверный подход к решению или при отсутствии решения – 0 баллов.

5. Оценка снижается на 10% баллов в случае, если решение в целом верно, но есть или ошибка/ошибки (описка/описки) в промежуточных вычислениях или незначительный логический пропуск в рассуждениях, не отразившийся на правильном конечном результате

6. Оценка снижается на 20% баллов в случае, если решение в целом верно, но есть ошибка (описка) в промежуточных вычислениях, в результате которой получен численно неправильный конечный результат.

За каждую последующую ошибку (описку) в пределах задания, дополнительно искажающую результат, оценка дополнительно снижается на 10% баллов от заявленных .

За переходящую ошибку баллы повторно не снимаются.

7. Оценка снижается на 60% баллов в случае, если есть предпосылки к решению, например, сформулированы положения, которые могут привести к решению, но решения нет или допущена грубая ошибка.

8. Оценка снижается на 80% баллов в случае, если решение начато, но неверно, есть правильно сформулированные теоретические положения.

9. За ответ, решение при этом отсутствует – 10% баллов.