**Школьная олимпиада по математике**

**7 класс**

1. Вычислите $\frac{4^{6}∙9^{5}+6^{9}∙120}{8^{4}∙3^{12}-6^{11}}.$
2. Под кукурузу отвели участок поля в форме прямоугольника. Через некоторое время длину этого участка увеличили на 35%, а ширину уменьшили на 14%. На сколько процентов изменилась площадь участка?
3. Прямые АВ и СD пересекаются в точке М. Отрезок МК перпендикулярен СD (точка К лежит в одной полуплоскости с точкой В относительно прямой СD). Биссектриса угла DМК составляет с лучом МВ угол, равный 107°. Найдите угол АМD.
4. В каждой клетке доски 5⨯5 сидел жук. Затем каждый жук переполз на соседнюю (по стороне) клетку. Докажите, что осталась хотя бы одна пустая клетка.
5. В семье четверо детей. Им 5, 8, 13 и 15 лет. Детей зовут Галя, Коля, Валя и Таня. Сколько лет каждому ребенку, если известно, что одна из девочек ходит в детский сад, Галя старше Коли и сумму лет Гали и Вали делится на 3?

**Решения**

**1.** $\frac{4^{6}∙9^{5}+6^{9}∙120}{8^{4}∙3^{12}-6^{11}}=\frac{2^{12}∙3^{10}+2^{9}∙3^{9}∙2^{3}∙3∙5}{2^{12}∙3^{12}-2^{11}∙3^{11}}=\frac{2^{12}∙3^{10}∙\left(1+5\right)}{2^{11}∙3^{11}∙\left(6-1\right)}=\frac{2∙6}{3∙5}=\frac{4}{5}=0,8$

Ответ: 0,8

**2.** Пусть измерения прямоугольного участка *х* и *у*, тогда его площадь равна *ху*. Через некоторое время измерения участка стали 1,35*х* и 0,86*у*, а площадь 1,161*ху*. Следовательно, площадь изменилась на 1,161*ху* – *ху* = 0,161*ху* = 16,1% от *ху*.

Ответ: площадь увеличилась на 16,1%

**3.** Угол DМК равен 90°, пусть МТ – его биссектриса, тогда угол ТМВ равен 107° по условию, а углы DМТ и ТМК равны по 45°. Находим угол АМD, он равен

180° – (45° + 107°) = 180° – 152° = 28°.

Ответ: 28°

**4**. Раскрасим доску в шахматном порядке. На доске 5×5 = 25 клеток, среди которых 12 белых и 13 черных (или 13 белых и 12 черных). За один ход жук переползает на клетку другого цвета. Жуки, которые сидят на 12 белых клетках переползут на черные клетки, которых на одну больше (13 – 12 = 1). Значит, хотя бы одна черная клетка останется пустой. Что и требовалось доказать.

**5.** Сначала найдем возраст мальчика. Поскольку в детский сад ходит девочка, то это не Коля. Тогда Коле Больше 5 лет. Так как Галя старше Коли, то Коле не может быть 15 лет.

Если сумма лет Гали и Вали делится на 3, то, учитывая возраст детей в семье, это возможно в следующих случаях:

1. Одной девочке 5, другой 13 лет.
2. Одной девочке 8, а другой 13 лет.

В обоих случаях одной из девочек 13 лет, следовательно, Коле не может быть 13 лет. Приходим к выводу, что мальчику 8 лет.

Теперь установим возраст каждой девочки. Поскольку сумма лет Гали и Вали делится на 3, а Коле 8 лет, этим двум девочкам 5 и 13 лет. А так как по условию Галя старше Коли, то Гале 13 лет. Тогда Вале должно быть 5 лет, а Тане 15 лет.

Ответ: Вале 5 лет, Коле 8 лет, Гале 13 лет, Тане 15 лет.