УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ ВИТЕБСКОГО ОБЛИСПОЛКОМА

З А Д А Н И Я
II этапа (районного, городского) республиканской олимпиады <u>по математике</u> для учащихся 8 – 11 классов учреждений образования Витебской области (2011-2012 учебный год)

ВИТЕБСК • 2011

Республиканская олимпиада по математике
II районный (городской) этап 2011-2012 учебный год

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель председателя
областного оргкомитета
республиканской олимпиады,
первый заместитель начальника
управления образования
Витебского облисполкома
Л.М.Степанов

”26“ октября 2011

8 класс

1. Два натуральных числа в сумме дают 2011. Ученик увеличил каждое из них на 50 и перемножил полученные числа. Он получил, что произведение также оканчивается на 2011. Докажите, что ученик ошибся.

2. В многозначных числах ABACDE, CHHBAED и CAFDG латинскими буквами обозначены цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (разным буквам соответствуют различные цифры; одинаковым – одинаковые). Найдите эти числа, если известно, что они являются длинами сторон некоторого треугольника.

3. В магазине молоко и сливки продаются в одинаковых бутылках, причем 12 бутылок молока стоят столько же, сколько 7 бутылок сливок. Мама поручила Пете сдать 20 пустых бутылок и на все вырученные деньги (она подсчитала, что их хватит в точности, без сдачи) купить молока и сливок. Сколько бутылок молока и сколько бутылок сливок должен купить Петя, если известно, что молоко (без посуды) в два раза дешевле, чем сливки (без посуды)?

4. Боковые стороны трапеции относятся как 1 : 2, а сумма углов при большем основании равна 120^0. Найдите углы данной трапеции.

5. Имеются 11 арбузов и весы, с помощью которых можно за одно взвешивание определить общий вес любых трех арбузов. Как за шесть таких взвешиваний определить общий вес всех арбузов?

** На выполнение работы отводится 4 часа*
** Запрещается пользоваться калькулятором*

Республиканская олимпиада по математике
II районный (городской) этап 2011-2012 учебный год

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель председателя
областного оргкомитета
республиканской олимпиады,
первый заместитель начальника
управления образования
Витебского облисполкома
Л.М.Степанов

”26“ октября 2011

9 класс

1. Можно ли на ребрах куба расставить числа от 1 до 12 (по одному числу на каждом ребре) так, чтобы сумма чисел на трех ребрах, выходящих из одной вершины, была одной и той же для каждой вершины куба?

2. Для положительных действительных чисел a и b выполняется неравенство $a + b > 4$. Докажите, что тогда имеет место также неравенство

$$\frac{a}{b} > 3 - b.$$

3. Профессор и его студент живут в одном подъезде недалеко от трамвайной линии. Они выходят из дома одновременно и оба направляются на лекцию. Студент бежит к ближайшей трамвайной остановке со скоростью 11 км/ч, а профессор идет вдоль трамвайной линии к другой остановке со скоростью 6 км/ч. Тем не менее, студент опаздывает на лекцию (нигде не задерживаясь по дороге), а профессор приезжает вовремя. Какова наибольшая скорость трамвая (выраженная целым числом км/ч?)

4. Точка пересечения медианы и биссектрисы некоторого треугольника является центром описанной около этого треугольника окружности. Найдите углы данного треугольника.

5. Найдите все прямоугольники, у которых обе стороны измеряются целыми числами сантиметров, а периметр (в сантиметрах) вдвое меньше площади (в квадратных сантиметрах).

** На выполнение работы отводится 4 часа*
** Запрещается пользоваться калькулятором*

Республиканская олимпиада по математике
II районный (городской) этап 2011-2012 учебный год

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель председателя
областного оргкомитета
республиканской олимпиады,
первый заместитель начальника
управления образования
Витебского облисполкома
Л.М.Степанов

”26“ октября 2011

10 класс

1. Произведение трех натуральных чисел оканчивается на 2002. Докажите, что их сумма не может равняться 9999.

2. Найдите все тройки ненулевых чисел a, b и c, образующие арифметическую прогрессию, и таких, что из чисел $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ и $\frac{1}{c}$ также можно составить арифметическую прогрессию.

3. Профессор и его студент живут в одном подъезде недалеко от трамвайной линии. Они выходят из дома одновременно и оба направляются на лекцию. Студент бежит к ближайшей трамвайной остановке со скоростью 11 км/ч, а профессор идет вдоль трамвайной линии к другой остановке со скоростью 6 км/ч. Тем не менее, студент опаздывает на лекцию (нигде не задерживаясь по дороге), а профессор приезжает вовремя. Какова наибольшая скорость трамвая (выраженная целым числом км/ч?)

4. В треугольнике ABC точка K – середина стороны BC, а точка L – середина отрезка AK. Известно, что центр окружности, описанной вокруг треугольника KCL, лежит на стороне AC и окружность пересекает эту сторону в точке M, такой, что $AC = 3 \cdot AM$.
Найдите отношение AB : BC : AC.

5. Встретились несколько друзей. Каждый из них обменялся рукопожатием с каждым, кроме Федота Бурчеева, который, будучи не в духе, некоторым пожал руку, а некоторым – нет. Всего было сделано 197 рукопожатий. Сколько рукопожатий сделал Федот?

---

* *На выполнение работы отводится 4 час*
* *Запрещается пользоваться калькулятором*

Республиканская олимпиада по математике
II районный (городской) этап 2011-2012 учебный год

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель председателя
областного оргкомитета
республиканской олимпиады,
первый заместитель начальника
управления образования
Витебского облисполкома
Л.М.Степанов

”26“ октября 2011

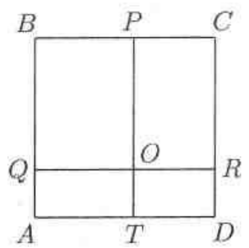
11 класс

1. На гранях восьми кубиков нарисованы кляксы: по одной кляксе на двух противоположных гранях кубиков, по две кляксы еще на двух противоположных гранях кубиков и по три кляксы на двух оставшихся гранях. Из этих восьми кубиков сложили куб. Могло ли так оказаться, что число клякс на гранях полученного куба – шесть последовательных натуральных чисел?

2. Найдите все тройки (a, b, c) $(a \neq b,\ a \neq 0,\ b \neq 0)$ действительных чисел, для которых параболы $y = ax^2 + bx + c$ и $y = bx^2 + cx + a$ имеют общую вершину.

3. В темной комнате 20 х 20 м бегает таракан со скоростью 0,2 м/с. Сможет ли Таня поймать таракана, если у нее есть фонарь, освещающий круг радиуса R = 2 м, центр которого – Таня, а ее скорость 2 м/с?

4. Квадрат ABCD двумя отрезками PT и QR, параллельными его сторонам и пересекающимися в точке O, разбит на четыре прямоугольника (см. рис.)



Известно, что площадь прямоугольника ORCP вдвое больше площади прямоугольника OQAT. Найдите величину угла < PAR.

5. Решите уравнение: $x^4 - 7x^3 + 14x^2 - 7x + 1 = 0$

---

* *На выполнение работы отводится 4 часа*
**Запрещается пользоваться калькулятором*