УТВЕРЖДАЮ
Первый заместитель начальника главного управления по образованию Брестского облисполкома
______________ А.Ф. Жук
«02» ноября __________ 2020 г.

Рэспубліка Беларусь * Брэсцкага абласнога выканаўчага камітэта Галоўнае ўпраўленне па адукацыі
ДЛЯ ПАКЕТАЎ

Задания
для проведения II этапа республиканской олимпиады
по учебному предмету «Математика» в 2020/2021 учебном году
8 класс

8-1. Докажите неравенство

$$a + b + c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} ,$$

где $a, b, c \geq 0$.

8-2. Существует ли такая функция f, определённая на множестве $(-\infty; +\infty)$ и принимающая значения из этого множества, что для всех значений x из $(-\infty;\ +\infty)$ выполняется

$$f(3x^2 - 18x - 21) = x \ ?$$

8-3. Решите уравнение $[x^3]+[x^2]+[x]=\{x\}-1$.

Дробной частью $\{x\}$ числа x называется число $\{x\}=x-[x]$.
Целой частью $[x]$ числа x называется наибольшее целое число, не превосходящее x.

8-4. Докажите, что в трапеции сумма углов при большем основании меньше суммы углов при меньшем основании.

8-5. Можно ли покрасить четыре вершины куба в красный цвет и четыре другие — в синий так, чтобы плоскость, проходящая через любые три точки одного цвета, содержала точку другого цвета?

УТВЕРЖДАЮ
Первый заместитель начальника главного управления по образованию Брестского облисполкома
_______________ А.Ф. Жук
«02» ноября 2020 г.

Рэспубліка Беларусь * Брэсцкага абласнога выканаўчага камітэта * Галоўнае ўпраўленне адукацыі
ДЛЯ ПАКЕТАЎ

Задания
для проведения II этапа республиканской олимпиады
по учебному предмету «Математика» в 2020/2021 учебном году
9 класс

9-1. Докажите неравенство

$$(a + b)(b + c)(c + a) \geq 8abc,$$

где $a, b, c \geq 0$.

9-2. Найдите линейную функцию $f(x)$, удовлетворяющую при всех $x \in R$ уравнению

$$2f(x+2) + f(4-x) = 2x + 7.$$

9-3. Докажите, что биссектрису треугольника можно найти по формуле

$$l^2 = ab - xy,$$

где a и b — стороны треугольника , её образующие, а x и y — части, на которые биссектриса делит противолежащую сторону.

9-4. Найдите номер наименьшего члена последовательности (p_n), если $p_n = 1 - 23n + 3n^2$.

9-5. Через точку B (2;0) координатной плоскости проведена некоторая прямая, пересекающая график функции $y = 2x^2$, в точках с абсциссами s и t. Найдите значение величины $\frac{1}{s} + \frac{1}{t}$.

УТВЕРЖДАЮ
Первый заместитель начальника главного управления по образованию Брестского облисполкома
_______________ А.Ф. Жук
«02» ноября 2020 г.

Задания
для проведения II этапа республиканской олимпиады
по учебному предмету «Математика» в 2020/2021 учебном году
10 класс

10-1. Докажите неравенство
$$x^3 - 4x^2 - 3x + 19 > 0 ,$$
если $x \geq 3$.

10-2. Функция $f(x)=ax+b$, где a и b различные ненулевые действительные числа, удовлетворяет неравенству
$$f(x) > \frac{f\left(x+\frac{a}{b}\right)+f\left(x+\frac{b}{a}\right)}{2}.$$
Докажите, что $b<0$.

10-3. Найдите геометрическое место точек, из которых данный отрезок a виден под углом α.

10-4. Многочлен $f(x)$ при делении на многочлен $x^3 - 7x^2 + 7x + 15$ дает в остатке $x^2 - 8x + 14$. Найдите значение выражения $f(3)\cdot f(5) - f(-1)$.

10-5. Через точку A $(-2;\ 0)$ координатной плоскости проведена некоторая прямая, пересекающая график функции $y = x^2$ в точках с абсциссами x_1 и x_2 . Найдите значение величины $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

УТВЕРЖДАЮ
Первый заместитель начальника главного управления по образованию Брестского облисполкома
____________ А.Ф. Жук
«02» ноября 2020 г.

Задания
для проведения II этапа республиканской олимпиады
по учебному предмету «Математика» в 2020/2021 учебном году
11 класс

11-1. Докажите, что

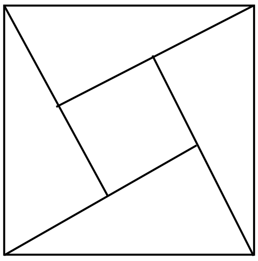
$$x^2 + y^2 \geq 2\sqrt{2}\,|x - y|,$$

если $xy = 1$.

11-2. Найти все функции $f(x)$, определенные на множестве действительных чисел и принимающие действительные значения, для которых соотношение $x\big(f(x)+f(-x)+4\big)+2f(x)+2=0$ выполнено при всех $x \in R$.

11-3. На доске были написаны числа от 1 до 9. Часть из этих чисел стёрли и написали все произведения $a \times b$ из оставшихся на доске чисел ($a \neq b$). Оказалось, что среди этих произведений нашлись числа, оканчивающиеся на все цифры от 0 до 9. Какое наибольшее количество чисел могло быть стерто с доски?

11-4. Квадрат со стороной 1 разбит на четыре равных треугольника и квадрат (рис.). Оказалось, что радиусы окружностей, вписанных в треугольники и маленький квадрат, равны. Найдите этот радиус.



11-5. Докажите, что если $\alpha + \beta + \gamma = \pi$; $\alpha, \beta, \gamma \neq \pi + 2\pi k$, $k \in Z$,

то $tg\frac{\alpha}{2}\, tg\frac{\beta}{2} + tg\frac{\beta}{2}\, tg\frac{\gamma}{2} + tg\frac{\gamma}{2}\, tg\frac{\alpha}{2} = 1$.