

УТВЕРЖДАЮ

Начальник главного
управления по образованию
Брестского облисполкома

Ю.Н.Просмыцкий

2021 г.



Задания
для проведения II этапа республиканской олимпиады
по учебному предмету «Математика» в 2021/2022 учебном году
8 класс

- 8-1.** В течение недели в кинотеатре демонстрировались фильмы А, В, и С. Из 40 школьников, каждый из которых посмотрел все три фильма или один из трех, фильм А видели 13, В – 16, С – 19 школьников. Сколько школьников посмотрели все три фильма?
- 8-2.** Восстановить деление

$$\begin{array}{r} \text{*****} \mid \text{**} \\ \text{***} \quad \mid \text{*8*} \\ \hline \text{***} \\ - \\ \text{**} \\ \hline \text{***} \\ - \\ \text{***} \\ \hline \text{0} \end{array}$$

- 8-3.** Найти значение выражения $\frac{a+b}{b+c} + \frac{b+c}{c+a} + \frac{c+a}{a+b}$, если известно, что

$$\frac{a-c}{b+c} + \frac{b-a}{c+a} + \frac{c-b}{a+b} = 1?$$

- 8-4.** Докажите, что для любых x_0, x_1, x_2, x_3, x_4 , выполняется неравенство

$$x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 \geq x_0 \cdot (x_1 + x_2 + x_3 + x_4).$$

- 8-5.** Существует ли внутри треугольника ABC такая точка M , что $AB = BM$ и $BC = CM$?

УТВЕРЖДАЮ

Начальник главного
управления по образованию
Брестского облисполкома

Ю.Н.Просмыцкий

«12» 11 2021 г.



Задания
для проведения II этапа республиканской олимпиады
по учебному предмету «Математика» в 2021/2022 учебном году
9 класс

- 9-1.** Футбольный мяч шит из 32 лоскутов: белых шестиугольников и чёрных пятиугольников. Каждый чёрный лоскут граничит только с белыми, а каждый белый — с тремя чёрными и тремя белыми. Сколько лоскутов белого цвета?
- 9-2** Докажите, что среди чисел вида $2^a + 4^b$, где a и b натуральные числа, бесконечно много таких, которые являются квадратами натуральных чисел.
- 9-3.** В треугольнике ABC на стороне AB взята точка M так, что $MB = \frac{1}{3}AB$, а на стороне BC взята точка K так, что $KC = \frac{2}{5}BC$. Прямая MK пересекает прямую AC в точке X . Найти отношение $AC : CX$.
- 9-4.** Числа x , y и z попарно различны и удовлетворяют соотношениям $x + \frac{1}{y} = y + \frac{1}{z} = z + \frac{1}{x}$. Чему может равняться $x \cdot y \cdot z$?
- 9-5.** Построить треугольник по заданному углу и периметру.

УТВЕРЖДАЮ

Начальник главного
управления по образованию
Брестского облисполкома

Ю.Н.Просмыцкий

11 _____ 2021 г.



Задания
для проведения II этапа республиканской олимпиады
по учебному предмету «Математика» в 2021/2022 учебном году
10 класс

10-1. Докажите, что $\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} \leq \frac{2}{1+xy}$ для любых $x, y \in [0; 1]$.

10-2. Пусть $f(x-1) = 2x-1$ и $f(g(x)) = 4x-3$. Найти $g(x)$.

10-3. Сколько полных квадратов содержится среди чисел вида a^a , где $1 \leq a \leq 200$?

10-4. В треугольнике ABC проведены высоты AD и CE (рис.). Найти длину отрезка DE , если $AB = 15$, $AC = 18$, $BD = 10$.

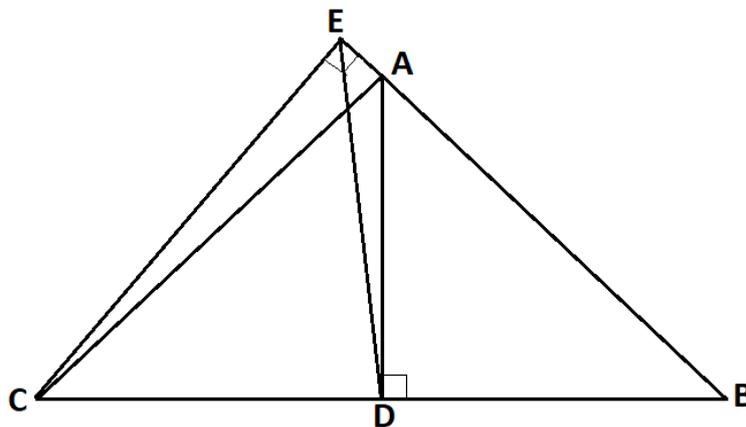


Рис.

10-5. Найти целые числа x и y , такие, что $0 < y < x$ и $x^3 + 7y = y^3 + 7x$.

УТВЕРЖДАЮ

Начальник главного
управления по образованию
Брестского облисполкома

Ю.Н.Просмыцкий

« 12 » 11 2021 г.



**Задания
для проведения II этапа республиканской олимпиады
по учебному предмету «Математика» в 2021/2022 учебном году**

11 класс

11-1. Докажите, что $\frac{x}{1+y} + \frac{y}{1+x} \leq 1$, где $x, y \in [0; 1]$.

11-2. Найти решение системы уравнений

$$\begin{cases} f(2x + 1) + g(x - 1) = x, \\ f(2x + 1) - 2g(x - 1) = x^2. \end{cases}$$

11-3 Изобразите на координатной плоскости OXY множество точек $M(x; y)$ таких, что $(x^2 - 2x + 4)(y^2 - 6y + 11) = 6$.

11-4. Продолжения высот AM и CN остроугольного треугольника ABC пересекают описанную вокруг него окружность в точках P и Q соответственно. Найти радиус окружности, описанной вокруг этого треугольника, если $AC = a$ и $PQ = 1,2a$.

11-5. Выяснить, рационально ли число

$$\sin \frac{\pi}{18} \cdot \sin \frac{3\pi}{18} \cdot \sin \frac{5\pi}{18} \cdot \sin \frac{7\pi}{18} \cdot \sin \frac{9\pi}{18}?$$