

## І этап олимпиады по математике (школьный)

### 5 класс

1. Произведение трёх цифр равно 378. Чему равна их сумма?

**Решение.**

$$6 + 7 + 9 = 22.$$

**Ответ:** 22.

2. Турист прошёл половину пути и ещё 5 километров. Ему осталось пройти 10 километров. Чему равна длина всего пути?

**Решение.**

$$(10 + 5) \cdot 2 = 30 \text{ (км)}.$$

**Ответ:** 30 км.

3. Одну сторону прямоугольника увеличили в 3 раза, а другую уменьшили в 2 раза и получили квадрат. Чему равна сторона квадрата, если площадь данного прямоугольника  $54 \text{ м}^2$ ?

**Решение.**

Уменьшим сторону данного прямоугольника в 2 раза. Тогда площадь получившегося прямоугольника будет  $54 : 2 = 27 \text{ (м}^2\text{)}$ . Затем увеличим другую сторону в 3 раза, площадь станет  $27 \cdot 3 = 81 \text{ (м}^2\text{)}$ . Так как по условию образовался квадрат, то его сторона будет равна 9 м.

**Ответ:** 9 м.

4. Чтобы перевезти уголь, заводу нужно 10 трёхтонных машин на 10 дней при условии, что каждая машина будет делать по 15 выездов в день. Какой грузоподъёмности надо взять машины, чтобы 15 машинам перевезти уголь за 5 дней, делая в день по 10 выездов?

**Решение.**

Если каждая из 10 машин делает в день по 15 выездов, то все машины сделают за день  $10 \cdot 15 = 150$  выездов. Но те же 150 выездов сделают за день 15 машин, если каждая будет делать в день по 10 выездов. Но если мы хотим перевезти уголь за 5 дней вместо 10, т.е. в два раза быстрее, то надо взять машины вдвое большей грузоподъёмности, т.е. шеститонки.

**Ответ:** 6 тонн.

5. В мастерской должны были изготовить 10 стеклянных шариков одинакового веса: 2 красных, 2 синих, 2 жёлтых, 2 зелёных и 2 белых. Однако изготовители допустили ошибку, и 2 шарика одного цвета оказались легче на 1 грамм каждый, чем нужно. В вашем распоряжении имеются точные весы с двумя чашами и стрелкой, показывающей, на сколько граммов содержимое одной чашки тяжелее, чем

другой. Можно ли с помощью единственного взвешивания определить, шарики какого цвета легче других?

**Решение.**

Да, можно. Для этого на одну чашу весов положим, например, 2 красных и 1 синий, на другую – 2 желтых и 1 зеленый, а 2 белых шарика оставим в стороне. Если чаши уравнились, то фальшивыми будут 2 белых шарика. Если же нет, то по показанию, на сколько граммов одна чаша легче другой, можно определить цвет фальшивых шариков.

**Ответ:** Да, можно.

## I этап олимпиады по математике (школьный)

### 5 класс

1. Катя и Юра купили лотерейные билеты с номерами 625517 и 322324, и обнаружили, что в каждом из номеров, не меняя порядка цифр, можно расставить знаки арифметических действий и скобки так, что в каждом случае результат будет равняться 100. Как это можно сделать?

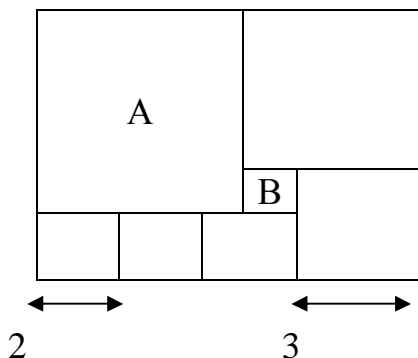
**Решение.**  $62+55-17$  и  $(3+22)\cdot(3-2)\cdot4$ .

2. Четверо ребят обсуждали ответ к задаче. Коля сказал: «Это число 9». Роман: «Это простое число». Катя: «Это четное число». А Наташа сказала, что это число – 15. Назовите это число, если и девочки, и мальчики ошиблись ровно по одному разу.

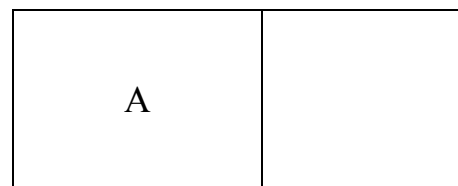
**Решение.** Предположим, что Коля прав. Тогда обе девочки неправы, так как 9 не равно 15 и 9 – нечетное число, а это противоречит условию задачи. Остается, что прав Роман и тогда не права Наташа, так как 15 не простое число. Остается предположить, что искомое число простое и четное (т. к. Катя права), а это только 2.

**Ответ:** 2.

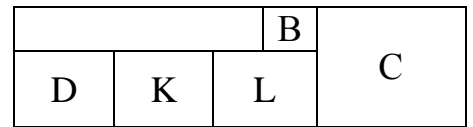
3. Прямоугольник на рисунке состоит из 7 квадратов (см. рисунок, на котором указаны стороны некоторых из них). Какое наибольшее число квадратов В можно вырезать из квадрата А?



**Решение.** Обозначим квадраты, как показано на рисунке.



Согласно рисунку из условия сторона квадратов D, K и L равна 2, а сторона квадрата C – 3. Пусть a – сторона квадрата A, а b – сторона квадрата B. Рассмотрев квадраты L, B и C, видим, что сторона квадрата L и сторона квадрата B в сумме составляют сторону квадрата C, т.е.  $2 + b = 3$ , откуда  $b = 1$ . Рассматривая теперь квадраты A, B и D, K, L, видим, что сумма сторон квадратов A и B равна сумме сторон квадратов D, K и L, т.е.  $a + 1 = 2 + 2 + 2$ , откуда  $a = 6 - 1 = 5$ . Так как A квадрат  $5 \times 5$ , B – квадрат  $1 \times 1$ , то A полностью разрезается на 25 квадратов B.



**Ответ: 25 квадратов.**

4. Однажды, в субботу вечером Винни Пух и Тайгер решили отдохнуть и поиграть в шахматы в Шахматном Клубе Зверей. Они оба сыграли по несколько партий. К своему великому изумлению, Винни Пух ни разу не проиграл, а даже выиграл две партии, а три партии свел в ничью. Тайгер выиграл три партии и три партии проиграл. Чему равно самое маленькое число игр, которое могли сыграть Винни Пух и Тайгер всего в этот вечер?

**Решение.** Винни Пух выиграл две партии, а Тайгер три проиграл. Это значит, что наши приятели могли две партии играть друг против друга, а одну игру Тайгер проиграл какому-то еще Зверю. Кроме того, Тайгер выиграл три партии, а Винни не было проигранных партий. Следовательно, Тайгер выиграл три партии у других Зверей. Так как Винни Пух три партии свел вничью, а у Тайгера не было ничейных партий, следовательно, и Винни Пух играл в шахматы с другими Зверями. Чем больше партий сыграли между собой Винни Пух и Тайгер, тем меньше будет общее количество игр, сыгранных ими в этот вечер. Минимальное количество партий можно подсчитать следующим образом:

Сначала подсчитаем максимальное количество игр, какое они могли сыграть в этот вечер (т.е. если бы они не играли между собой): Винни Пух сыграл:  $2+3=5$  игр. Тайгер:  $3+3=6$  игр. Всего максимальное количество:  $5+6=11$  игр. Минимальное количество игр:  $11-2=9$  игр, где 2 игры – общие для Винни Пуха и Тайгера.

**Ответ: 9 игр.**

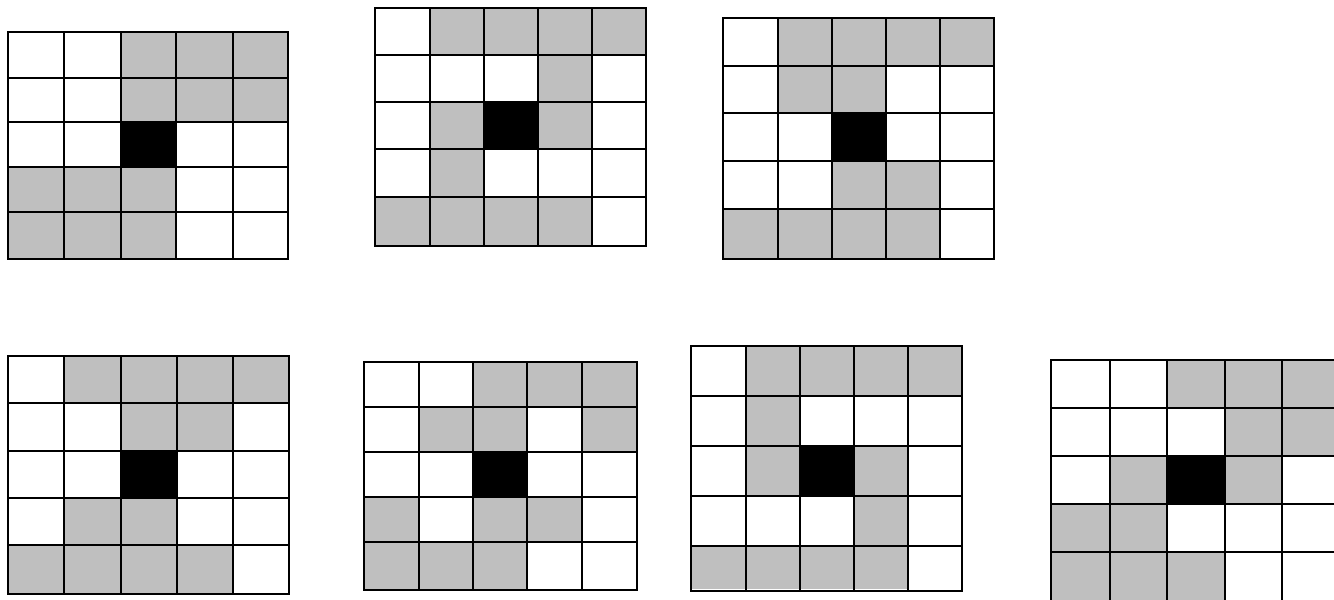
5. Четыре близнеца Коля, Петя, Боря и Вася праздновали свой день рождения. Им подарили коробку конфет. Договорившись разделить конфеты поровну, мальчики ушли играть с гостями. Коля зашел в комнату первым, взял свою долю и ушел. Через некоторое время зашел в комнату Петя взял четвертую часть оставшихся конфет и ушел. То же самое проделали Боря и Вася, после чего в коробке осталась 81 конфета. Сколько всего конфет было в коробке, и сколько конфет взял каждый? Кто и сколько конфет должен взять еще?

**Решение.** Так как осталась 81 конфета, то перед тем, как брал конфеты Вася, в коробке было  $81:3 \cdot 4 = 108$  конфет; перед тем, как брал Боря:  $108:3 \cdot 4 = 144$  конфеты; перед тем, как брал Петя:  $144:3 \cdot 4 = 192$  конфеты. Вначале было  $192:3 \cdot 4 = 256$  конфет. Каждому полагалось по 64 конфеты. Коля получил свою долю. Петя должен взять 16 конфет. Боря должен взять 28 конфет. Вася должен взять 37 конфет.

**Ответ: 256 конфет. Коля взял 64 конфеты. Петя взял 48 конфет. Боря взял 36 конфет. Вася взял 27 конфет. Петя должен взять 16 конфет. Боря должен взять 28 конфет. Вася должен взять 37 конфет.**

6. Разделите квадрат 5x5 клеток с вырезанной центральной клеткой на четыре равные части. Найдите как можно больше способов. Резать можно только по сторонам квадратов.

**Решение.** Всего существует 7 способов.



### I этап олимпиады по математике (школьный)

#### 5 класс

1. На лугу ребята пасут жеребят. Если пересчитать ноги ребят и жеребят, то получится 184, а если считать головы, то 53. Сколько на лугу ребят и сколько жеребят?
2. Поезд длиной 20 м проезжает мимо километрового столба за 10 секунд. Сколько ему потребуется времени, чтобы проехать мост длиной 40 м?
3. У Кенгуру насморк. Он пользуется квадратным платком 25x25 см. За восемь дней израсходовал 3 м<sup>2</sup> ткани. Сколько платков в день тратил Кенгуру?
4. Разрежьте циферблат часов на три части так, чтобы сумма цифр в каждой части была одинаковой.



5. В деревне Простоквашино на скамейке сидят дядя Федор, кот Матроскин, пес Шарик, почтальон Печкин. Если Шарик, сидящий крайним слева, сядет между Матроскиным и дядей Федором, то дядя Федор окажется крайним слева. Кто где сидит?

## Решения и ответы.

№1 Пусть все жеребята встанут на задние ноги, тогда все (ребята и жеребята) будет стоять на двух ногах и их будет  $53 \times 2 = 106$ . Тогда  $184 - 106 = 78$  – количество поднятых ног жеребятами и  $78 : 2 = 39$  – количество жеребят на лугу. Следовательно,  $53 - 39 = 14$  – ребят.  
Ответ: 39 жеребят, 14 ребят

№3

$25 \times 25 = 625$  (см<sup>2</sup>) – площадь одного платка  
 $3 \text{ м}^2 = 30\,000 \text{ см}^2$   
 $30000 : 625 = 48$  (платков) израсходовал Кенгуру за 8 дней  
 $48 : 8 = 6$  (платков)  
Ответ: 6 платков тратил Кенгуру за 1 день.

№4 Например, см. на рисунке



Сумма всех чисел на циферблате равна  $1+2+3+\dots+9+1+0+1+1+1+2=51$ . Значит, на каждой из частей сумма цифр должна быть равна  $51 : 3 = 17$ .

№5 **Ответ:** слева направо: Шарик, дядя Федор, Матроскин, Печкин.

**Решение:** Требуется упорядочить множество, состоящее из четырех элементов (Ф, М, Ш, П), с учетом условий.

1) Шарик сидит крайним слева. Можем это отметить: \* \* \* \*

Ш

2) Если шарик пересядет, то крайним слева окажется дядя Федор. Значит, рядом с шариком сидит дядя Федор: \* \* \* \*

Ш Ф

3) Шарик садится между Матроскиным и дядей Федором. Значит, Матроскин сидит рядом с дядей Федором. Почтальон Печкин сидит крайним справа: \* \* \* \*

Ш Ф М П

І этап олимпиады по математике (школьный)

5 класс

## Задания

1. На доске записано число 458. За один ход число, записанное на доске, разрешается удвоить или стереть в нем последнюю цифру. Можно ли за несколько шагов получить 14? Ответ обоснуйте.

2. Есть 240 г семян льна. Можно ли, имея чашечные весы без гирек, отмерить 90 г семян? Ответ обоснуйте.

3. Решите ребус: ЛЕТО + ЛЕС = 2011. Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а различным – различные. Найдите все решения ребуса. Ответ обоснуйте.

4. Прямоугольник разделён двумя отрезками на четыре прямоугольника, площади трёх из которых  $2\text{ см}^2$ ,  $4\text{ см}^2$ ,  $6\text{ см}^2$ . Найдите площадь исходного прямоугольника.

2	4
6	

5. Из 100 ребят, отправляющихся в детский оздоровительный лагерь, кататься на сноуборде умеют 30 ребят, на скейтборде – 28, на роликах – 42. На скейтборде и на сноуборде умеют кататься 8 ребят, на скейтборде и на роликах – 10, на сноуборде и на роликах – 5, а на всех трех – 3. Сколько ребят не умеет кататься ни на сноуборде, ни на скейтборде, ни на роликах?

## Решения

1. *Решение.*  $458 - 45 - 90 - 9 - 18 - 36 - 72 - 7 - 14$ . Есть и другие варианты.

*Ответ: Можно.*

2. *Решение:* Чашечные весы используем для деления пополам.  $240 = 120 + 120$ ;  
 $120 = 60 + 60$ ;  $60 = 30 + 30$ . Теперь уже без весов получаем  $60 + 30 = 90$ .

*Ответ: Можно.*

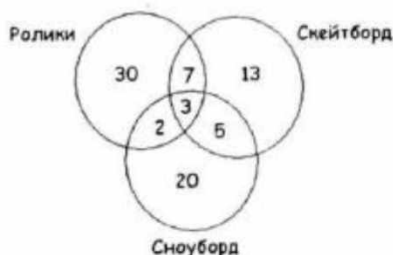
3. *Решение:* Сумма цифр сотен Е и Л даёт в результате 0, значит, при сложении сотен получается больше тысячи. Отсюда  $L = 1$ . Так как при сложении цифр десятков Т и Е получается 1, при этом, ни Т, ни Е не могут быть равны 1, то сумма десятков больше сотни. Значит,  $E + L + 1 = 10$ , то есть  $E = 8$ . Так как ни О, ни С не равны 1, то при сложении единиц также происходит переход через десяток. Следовательно,  $T + E + 1 = 11$ , то есть  $T = 2$ , а  $O + C = 11$ . Для пары  $\{O, C\}$  остаются два варианта:  $\{4, 7\}$  и  $\{5, 6\}$ .

*Ответ:  $1827 + 184$ ,  $1826 + 185$ ,  $1825 + 186$ ,  $1824 + 187$ .*

4. *Решение:* Так как верхние прямоугольники имеют общую сторону и площадь правого в 2 раза больше, то и его вторая сторона будет в 2 раза больше. Аналогично и вторая сторона правого нижнего прямоугольника больше стороны верхнего левого прямоугольника в 3 раза, а это означает, что площадь нижнего правого прямоугольника будет в 6 раз больше площади левого верхнего прямоугольника, то есть будет равна  $12 \text{ см}^2$ . Поэтому площадь всего прямоугольника будет равна  $2 + 4 + 6 + 12 = 24 \text{ см}^2$ .

*Ответ:  $24 \text{ см}^2$ .*

5. *Решение:*



Активация Windows  
Чтобы активировать Window

Всеми тремя спортивными снарядами владеют три человека, значит, в общей части кругов вписываем число 3. На скейтборде и на роликах умеют кататься 10 человек, а 3 из них катаются еще и на сноуборде. Следовательно, кататься только на скейтборде и на роликах умеют  $10 - 3 = 7$  ребят. Аналогично получаем, что только на скейтборде и на сноуборде умеют кататься  $8 - 3 = 5$  ребят, а только на сноуборде и на роликах  $5 - 3 = 2$  человека. Внесем эти данные в соответствующие части. Определим теперь, сколько человек умеют кататься только на одном спортивном снаряде. Кататься на сноуборде умеют 30 человек, но  $5 + 3 + 2 = 10$  из них владеют и другими снарядами, следовательно, только на сноуборде умеют кататься 20 ребят. Аналогично получаем, что только на скейтборде умеют кататься 13 ребят, а только на роликах – 30 ребят. По условию задачи всего 100 ребят.  $20 + 13 + 30 + 5 + 7 + 2 + 3 = 80$  – ребят умеют кататься хотя бы на одном спортивном снаряде. Следовательно, 20 человек не умеют кататься ни на одном спортивном снаряде.

*Ответ. 20 человек не умеют кататься ни на одном спортивном снаряде.*